

目 次

1. 序 論	[1~2]
2. 直 接 法	[3~37]
2-1 Cramer の公式	3
2-2 Cayley-Hamilton の定理に基礎をおく方法	4
2-3 三角化に基礎をおく方法	4
2-3-1 総 論	4
2-3-2 三角方程式の解法	6
2-3-3 Gauss の消去法	7
2-3-3.1 方 法	7
2-3-3.2 大小を考慮したピボットを選択	8
2-3-3.3 計算後の配列がえの必要性	10
2-3-4 コンパクト法	11
2-3-4.1 Crout 法 (Banachiewicz 法, 一般 Cholesky 法)	11
2-3-4.2 対称 Cholesky 法 (平方根法, Banachiewicz 法)	13
2-3-4.3 Hermite 行列に対する Cholesky 法	14
2-3-4.4 Doolittle 法 (Black 法)	15
2-3-5 越 境 法	16
2-3-5.1 Crout の越境法	16
2-3-5.2 Aitken の越境法	16
2-4 対角化に基礎をおく方法	16
2-4-1 Gauss-Jordan の消去法	16
2-4-2 逆行列の積表現 (積行列法)	21
2-4-3 合同変換による方法	22
2-5 直交化法	23
2-5-1 直交ベクトル法	23

2.5.1.1	対称の場合	23
2.5.1.2	非対称の場合	24
2.5.2	直交行列法	25
2.5.2.1	方法 1	25
2.5.2.2	方法 2	26
2.5.2.3	方法 3	26
2.6	分割法	27
2.6.1	標準的な分割計算法	27
2.6.2	縁どり法	28
2.6.3	Morris のエスカレータ法	30
2.6.4	一部分を変更した行列の逆転	31
2.6.4.1	もとの行列の一つの要素だけを変更した場合の逆行列の修正	31
2.6.4.2	もとの行列の一つの列を変更した場合の逆行列の修正	32
2.6.5	複素行列の逆行列を実行列の逆行列計算により求めること、および複素係数の連立 1 次方程式を解くこと	32
2.6.6	階数零化法	34
2.7	三重対角の場合	36
3. 反復法		[38~92]
3.1	反復法の一般論	38
3.2	非線形反復法	43
3.2.1	勾配法	43
3.2.1.1	予備的考察	43
3.2.1.2	勾配法(最急降下法)	45
3.2.2	共役方向法	47
3.2.3	共役勾配法	50
3.2.3.1	対称正定値行列の場合	50
3.2.3.2	対称正定値行列の場合の残差も減少するように変形した公式	53
3.2.3.3	一般の正則行列の場合への拡張	54
3.2.4	多項式の形の反復関数を用いた定常法: Newton-Raphson 法 類似の解法	55
3.3	線形反復法	55
3.3.1	点反復法(陽的反復法)	55
3.3.1.1	定常法	55
3.3.1.2	定常的な形でも非定常的な形でも用いられる方法	62
3.3.1.3	非定常反復法	67
3.3.1.4	モンテカルロ法	74

3-3-2	ブロック反復法(群反復法, 陰的反復法)	80
3-3-2.1	一般論	80
3-3-2.2	交互方向法(ADI法)	81
3-3-2.3	ブロック逐次過剰緩和法	86
3-4	加速手法および精度の改善法	87
3-4-1	Aitken のデルタ2乗法	87
3-4-2	Hotelling と Bodewig の方法	88
3-4-3	直接法の反復適用	89
3-4-4	線形定常反復法の線形 Chebyshev 加速	89
3-4-4.1	単段の Chebyshev 加速	89
3-4-4.2	2段 Chebyshev 加速	91
4. 悪条件		
——解きにくさの尺度——		[93~96]
5. 誤差の尺度		
		[97~101]
5-1	誤差の尺度の定義	97
5-2	限定した条件下における誤差評価式	98
5-2-1	Von Neumann と Goldstine の評価式	98
5-2-2	Wilkinson の評価式	98
5-3	区間演算	99
5-4	備考	100
6. スケーリング		
		[102~103]
7. 必要な演算回数		
		[104~107]
8. 論評と比較		
		[108~122]
8-1	直接法に関するコメント	108
8-2	直接法の比較	109
8-2-1	実対称, 正定値行列の場合	109
8-2-2	実対称行列の場合	109
8-2-3	実行列の場合	110
8-2-4	複素行列の場合	110
8-3	直接法に関する数値実験結果	111
8-3-1	Lietzke, Stoughton および Lietzke による実験	111

8-3-2	著者の実験	111
8-4	反復法に関するコメント	113
8-5	反復法の比較	115
8-5-1	Jacobi 法と Seidel 法	115
8-5-2	共役勾配法, Lanczos 法, 勾配法	115
8-5-3	Newton-Raphson 法に類似の方法	115
8-5-4	外挿 Jacobi 法および外挿 Seidel 法	115
8-5-5	モンテカルロ法, 定常線形反復法および Gauss の消去法の比較	115
8-5-6	SOR 法, Peaceman-Rachford 法, Douglas-Rachford 法および Richardson 法	115
8-6	反復法に関する数値実験結果	116
8-6-1	Birkhoff, Varga, Young の実験	116
8-6-2	Sheldon の実験	118
8-6-3	Forsythe と Wasow の研究	118
8-6-4	Young の研究	118
8-6-5	著者の実験	119
8-7	反復法の収束特性の要約	122

付録 A 行列関係用語集 [123~132]

付録 B 行列代数学の定理 [133~141]

行列の分解/133, 対角形への変換/134, 三角行列への変換/134, 三重対角行列への変換/135, コンパニオン行列への変換/135, Jordan の標準形への変換/135, ユニタリ行列または直交行列への変換/135, 正定値行列/135, 固有値および特性方程式/136, 行列式 $d(A)$ /138, その他/138

付録 C テスト行列 [142~163]

逆行列のわかっている問題/142, 逆行列と固有値がわかっている問題/145, 固有値のわかっている問題/149

参考文献 [164~169]

記号表 [171~172]

索引 [173~175]

