

目 次

序	1	8. 場合の数	74—80
執筆者	5	§ 8.1 有限集合の元の個数に関する法則	74
凡 例	6	§ 8.2 順列・組合せ	75
I. 数学の基礎			
1. 数と計算	15—37	§ 8.3 半順序集合における組合せ問題	77
§ 1.1 自然数	15	§ 8.4 場所占めの問題	78
§ 1.2 自然数の計算	21	9. 数の体系	81—92
§ 1.3 整数	25	§ 9.1 自然数	81
§ 1.4 分数と有理数	26	§ 9.2 整数と有理数	84
§ 1.5 実数と小数	30	§ 9.3 実数	85
§ 1.6 珠算	34	§ 9.4 超現実数	88
§ 1.7 比と比例	35	§ 9.5 複素数	90
2. 量と測定	38—49	10. 数学的構造	92—98
§ 2.1 量と単位	38	§ 10.1 数学的構造の定式化	92
§ 2.2 時間と暦	44	§ 10.2 同型写像と範疇性	95
§ 2.3 角と方位	47	§ 10.3 代数系	96
§ 2.4 諸等数	48	11. 古典的集合論	98—102
§ 2.5 測定と近似値	48	§ 11.1 濃度	98
3. 算数の応用問題	50—54	§ 11.2 順序数	99
§ 3.1 算数の応用問題	50	§ 11.3 選択公理	101
§ 3.2 四則応用問題	50	§ 11.4 連続体仮説	102
§ 3.3 比と比例の問題	52	12. 記号論理	102—109
§ 3.4 歩合算・利息算	53	§ 12.1 命題と述語	103
4. 集合	54—60	§ 12.2 論理の公理化	105
§ 4.1 集合, 集合の表現	54	§ 12.3 論理式と論理計算の形式的体系	107
§ 4.2 和集合, 共通部分, 差集合	56	§ 12.4 述語計算の完全性	108
§ 4.3 集合族, 巾集合	59	§ 12.5 数学的論理の形式的体系	108
5. 写 像	60—67	13. アルゴリズム	110—115
§ 5.1 対 応	60	§ 13.1 アルゴリズム	110
§ 5.2 写 像	62	§ 13.2 決定問題とアルゴリズム	111
§ 5.3 添数づけられた族	65	§ 13.3 チューリング機械	112
§ 5.4 二項演算	66	§ 13.4 帰納的関数	113
6. 関 係	67—71	§ 13.5 決定問題	115
§ 6.1 関係と類別	67	14. 公理的集合論	115—119
§ 6.2 順序関係	69	§ 14.1 公理的集合論	115
§ 6.3 半群の群への拡張	70	§ 14.2 集合論の公理系	116
7. 濃 度	71—74	§ 14.3 置換公理, 分出公理, 正則性公理など	118
§ 7.1 濃 度	71	§ 14.4 公理的集合論における諸結果	119
§ 7.2 濃度の大小	73	15. 数学基礎論	119—122
		§ 15.1 数学基礎論	119
		§ 15.2 不完全性定理	121
		§ 15.3 自然数論の無矛盾性	122

§ 15.4 数学基礎論における諸結果	122	8. 数列と級数	185—195
Ⅱ. 代 数 学		§ 8.1 数列とその和	185
1. 数と式	123—130	§ 8.2 等差数列	186
§ 1.1 整数の位取り記数法	123	§ 8.3 等比数列	187
§ 1.2 有理数と無理数	124	§ 8.4 いろいろな数列	188
§ 1.3 文字を用いた式	127	§ 8.5 級数	193
§ 1.4 式の計算, 変形	128	9. ベクトル	195—212
§ 1.5 方程式	129	§ 9.1 矢印ベクトル	195
2. 整数の性質	130—140	§ 9.2 ベクトルの内積	197
§ 2.1 順序関係	130	§ 9.3 数ベクトル	197
§ 2.2 加法と乗法	131	§ 9.4 幾何学への応用	200
§ 2.3 素数・素因数分解	131	§ 9.5 ベクトルの外積	203
§ 2.4 最大公約数・最小公倍数	133	§ 9.6 ベクトル空間	204
§ 2.5 n を法とする合同式	135	§ 9.7 線形写像と行列	207
§ 2.6 合同方程式	136	10. 行列と行列式	212—233
3. 多項式	140—147	§ 10.1 行列	212
§ 3.1 1変数の多項式	140	§ 10.2 行列に関する演算	213
§ 3.2 加法と乗法	141	§ 10.3 正則行列	216
§ 3.3 除法の定理	141	§ 10.4 連立1次方程式と行列	218
§ 3.4 最大公約数・最小公倍数	143	§ 10.5 行列式	219
§ 3.5 既約多項式	144	§ 10.6 行列式の計算	225
§ 3.6 多変数の多項式	145	§ 10.7 連立1次方程式の解法 (クラメルの解法)	228
4. 2次式と2次方程式	147—155	§ 10.8 行列の階数	228
§ 4.1 2次式	147	§ 10.9 連立1次方程式の解の吟味	231
§ 4.2 2次方程式の解法	148	11. 固有値問題とその応用	233—241
§ 4.3 根(解)と係数との関係	150	§ 11.1 行列の固有値	233
§ 4.4 判別式	151	§ 11.2 2次形式の標準形	240
§ 4.5 放物線 $y=ax^2+bx+c$	153	12. 群の概念とその応用	242—249
§ 4.6 2次関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ の極値	154	§ 12.1 群の定義	242
5. 方程式とその解の集合	156—169	§ 12.2 置換群	244
§ 5.1 未知数を含む式	156	§ 12.3 対称式, 交代式	245
§ 5.2 解の集合, 解析幾何学との関係	157	§ 12.4 図形の合同変換	246
§ 5.3 一般の代数方程式	160	§ 12.5 エルランゲンプログラム	248
§ 5.4 代数方程式各論	164	§ 12.6 図形の対称性	249
§ 5.5 方程式 $x^n=a$	167	13. 数論	250—277
6. 不等式	169—178	序	250
§ 6.1 不等号(等号つき不等号)	169	§ 13.1 数論の基礎	250
§ 6.2 不等式	170	§ 13.2 解析的数論	255
§ 6.3 いくつかの公式	170	§ 13.3 ディオファントス近似	259
§ 6.4 不等式の解の集合	172	§ 13.4 ディオファントス方程式	268
§ 6.5 連立1次不等式の解の集合	175	§ 13.5 代数体の数論	273
7. 二項定理	178—184	14. 代数学とは一群, 環, 体, 代数系	277—300
§ 7.1 順列と組合せ	178	§ 14.1 対応と写像, 直積集合	277
§ 7.2 二項定理・多項定理	181	§ 14.2 自然数	279
		§ 14.3 α 系, 半群	279
		§ 14.4 群	281

§ 14.5	代数系, 環, 体, 多元環	282
§ 14.6	関係, 同値関係, 合同関係	284
§ 14.7	群の構造	286
§ 14.8	順序関係, ツォルンの補題	288
§ 14.9	環とイデアル	288
§ 14.10	体の拡大, 2次拡大体	290
§ 14.11	ガロア理論	293
§ 14.12	代数方程式の代数的可解性	294
§ 14.13	作図問題	295
§ 14.14	フェルマーの大定理, 代数体のイデアル	296
§ 14.15	環, 多元環の構造	298

Ⅲ. 幾何学

1.	簡単な図形の性質	301—312
§ 1.1	平面図形の基本概念	301
§ 1.2	多角形	302
§ 1.3	円	303
§ 1.4	平面上の図形の関係	304
§ 1.5	図形と量の関係	305
§ 1.6	図形の面積	306
§ 1.7	相似	307
§ 1.8	軌跡	307
§ 1.9	空間図形の基本概念	307
§ 1.10	多面体	308
§ 1.11	曲面体	309
§ 1.12	空間図形の合同	309
§ 1.13	回転面・回転体	309
§ 1.14	面对称・点対称	310
§ 1.15	相似	310
§ 1.16	正多面体	310
§ 1.17	空間図形の交わり	311
§ 1.18	空間図形と量	311
2.	ユークリッド幾何学	312—328
§ 2.1	平面幾何学の公理と定理	312
§ 2.2	比と線分の長さ	314
§ 2.3	図形における量の関係	315
§ 2.4	円とその性質	317
§ 2.5	軌跡	318
§ 2.6	作図問題	320
§ 2.7	平面幾何学の定理(続)	321
§ 2.8	平面の位相的性質	323
§ 2.9	空間幾何学の公理と定理	325
3.	空間図形の扱い	328—333
§ 3.1	立体図形と平面	328
§ 3.2	画法幾何学	328

§ 3.3	地図論	332
4.	空間における座標とベクトル	334—344
§ 4.1	空間概念と点の定位	334
§ 4.2	座標系	335
§ 4.3	座標変換	336
§ 4.4	直交座標系	337
§ 4.5	変換と座標系	338
§ 4.6	空間の向きと座標系	338
§ 4.7	ベクトル	339
§ 4.8	ベクトルと座標系	341
§ 4.9	ベクトルの長さと同積	343
§ 4.10	外積	343
5.	三角関数	344—357
A.	平面三角法	344
§ 5.1	三角法	344
§ 5.2	一般角	345
§ 5.3	直交座標	345
§ 5.4	三角関数	345
§ 5.5	加法定理	348
§ 5.6	三角方程式	349
§ 5.7	三角恒等式	350
§ 5.8	逆三角関数	350
§ 5.9	三角級数	351
§ 5.10	三角形の性質	351
§ 5.11	一般四辺形の性質	353
§ 5.12	三角形の解法	354
B.	球面三角法	354
§ 5.13	球面三角形	354
§ 5.14	直角球面三角形の解法	354
§ 5.15	球面三角形の角と辺の関係	356
6.	解析幾何学	357—373
(1)	平面	357
§ 6.1	解析幾何学	357
§ 6.2	直線上における点の座標	357
§ 6.3	1平面上における点の座標	358
§ 6.4	座標の変換	358
§ 6.5	直線の方程式	359
§ 6.6	円の方程式	361
§ 6.7	楕円	366
§ 6.8	双曲線	367
§ 6.9	放物線	367
(2)	立体	368
§ 6.10	空間の座標	368
§ 6.11	2点間の距離	368
§ 6.12	直線と平面	368
§ 6.13	球面	369
§ 6.14	筒と錐	369

§ 6.15	回転面	369
§ 6.16	二次曲面	369
(3)	n 次元空間	370
§ 6.17	ベクトル空間	370
§ 6.18	n 次元アフィン空間	370
§ 6.19	連立1次方程式	371
§ 6.20	ユークリッド空間	371
§ 6.21	線型写像	372
§ 6.22	射影空間	372
7.	種々の座標	373—374
§ 7.1	極座標	373
§ 7.2	斜交座標	373
§ 7.3	重心座標	373
§ 7.4	ブリュッカー座標	374
§ 7.5	曲線座標	374
8.	ユークリッド幾何学の公理論	374—382
§ 8.1	ユークリッドの原論	374
§ 8.2	公理系	376
§ 8.3	ユークリッド幾何学の ヒルベルトの公理系	377
§ 8.4	種々の公理系	380
9.	射影幾何学と非ユークリッド幾何学	382—397
§ 9.1	平行線公理と射影幾何学	382
§ 9.2	結合の公理と双対原理	385
§ 9.3	デザルグ射影平面	387
§ 9.4	射影写像と順序	388
§ 9.5	直線の構造	389
§ 9.6	円錐曲線	390
§ 9.7	座標系の導入	390
§ 9.8	射影平面上の解析幾何学	392
§ 9.9	射影幾何学の部分幾何学	394
10.	凸集合	397—402
§ 10.1	凸集合の定義と基本性質	397
§ 10.2	凸閉集合	399
§ 10.3	分離定理とその応用	399
§ 10.4	線形計画法と双対定理	400
11.	微分幾何学	402—416
§ 11.1	平面曲線論	402
§ 11.2	空間曲線論	407
§ 11.3	曲面	412
§ 11.4	現代の微分幾何学 における基礎概念	414
12.	トポロジー	416—427
§ 12.1	位相空間	416
§ 12.2	ホモロジー群	418
§ 12.3	ホモトピー群	420
§ 12.4	多様体	422

§ 12.5	いろいろな話題	425
13.	幾何学の概観	427—430
§ 13.1	ユークリッド幾何学	427
§ 13.2	解析幾何学	427
§ 13.3	射影幾何学	428
§ 13.4	微分幾何学	428
§ 13.5	トポロジー	429
§ 13.6	エルランゲンプログラム	429

IV. 解析学

1.	関数	432—437
§ 1.1	関数	432
§ 1.2	関数のグラフ	432
§ 1.3	合成関数・逆関数	433
§ 1.4	基本的な関数	434
§ 1.5	関数のいろいろな性質	437
2.	極限と連続	438—461
§ 2.1	数列・級数	438
§ 2.2	関数の極限	439
§ 2.3	関数の連続性	441
§ 2.4	極限値の定義	444
§ 2.5	実数の連続性	445
§ 2.6	連続関数. その他の 性質をもった関数	451
§ 2.7	多変数の関数	456
3.	微分法	462—485
§ 3.1	微分係数	462
§ 3.2	導関数	462
§ 3.3	高階導関数	464
§ 3.4	平均値の定理	464
§ 3.5	テイラーの定理	465
§ 3.6	関数値の増減, 極値	466
§ 3.7	凸関数	467
§ 3.8	曲線の接触	468
§ 3.9	無限小・無限大の位数, 不定形	469
§ 3.10	微分	469
§ 3.11	偏微分係数・偏導関数	470
§ 3.12	全微分可能性	471
§ 3.13	高階偏導関数	474
§ 3.14	多変数関数における 平均値の定理	475
§ 3.15	多変数関数における テイラーの定理	475
§ 3.16	多変数関数の極大・極小	476
§ 3.17	陰関数	479
§ 3.18	可微分写像	480

§ 3.19 関数関係	482	§ 8.5 一般の線形偏微分方程式	588
§ 3.20 変数変換	484	9. 複素変数関数論	596—611
4. 積分法	486—517	§ 9.1 複素関数	596
§ 4.1 不定積分	486	§ 9.2 正則関数	597
§ 4.2 定積分	486	§ 9.3 正則関数の性質	599
§ 4.3 リーマン積分	498	§ 9.4 有理形関数	601
§ 4.4 リーマン積分の拡張	504	§ 9.5 解析接続	604
§ 4.5 多変数関数の1つの 変数に関する積分	506	§ 9.6 楕円関数	606
§ 4.6 重積分	508	§ 9.7 等角写像	608
§ 4.7 超関数	515	§ 9.8 調和関数	610
5. 曲線と曲面	518—525	10. 変分法	612—615
§ 5.1 曲線	518	§ 10.1 変分法の問題	612
§ 5.2 曲面	523	§ 10.2 オイラーの微分方程式 と停留関数	612
§ 5.3 線積分	524	§ 10.3 等周問題—条件つき変分問題	614
§ 5.4 面積分	525	§ 10.4 第2変分	614
6. 級数	526—549	§ 10.5 変分法の直接的方法	615
§ 6.1 数列, 級数の収束	526	11. 位相空間	616—623
§ 6.2 正項級数	527	§ 11.1 距離空間	616
§ 6.3 一般の級数	529	§ 11.2 位相の導入	617
§ 6.4 二重数列・二重級数	530	§ 11.3 収束	618
§ 6.5 無限乗積	532	§ 11.4 連続写像	619
§ 6.6 関数列, および関数項の級数	534	§ 11.5 部分空間	619
§ 6.7 整級数	538	§ 11.6 直積位相空間	619
§ 6.8 フーリエ級数	541	§ 11.7 商空間	620
§ 6.9 級数総和法	544	§ 11.8 分離公理・可算公理	620
§ 6.10 漸近級数	545	§ 11.9 コンパクト性	621
§ 6.11 フーリエ変換	546	§ 11.10 連結性	622
§ 6.12 ラプラス変換	547	§ 11.11 一様空間	623
§ 6.13 その他の積分変換	548	12. 測度論と関数解析	624—631
7. 常微分方程式	550—569	§ 12.1 ルベーク測度	624
§ 7.1 微分方程式	550	§ 12.2 ルベーク積分	625
§ 7.2 正規形常微分方程式	551	§ 12.3 多次元数空間における 測度と積分	627
§ 7.3 求積法	552	§ 12.4 一般の測度	627
§ 7.4 線形常微分方程式	553	§ 12.5 関数解析	630
§ 7.5 解の存在と一意性	557	V. 確率・統計	
§ 7.6 解の漸近的挙動	559	1. 資料の整理	633—639
§ 7.7 複素領域における 常微分方程式	561	§ 1.1 度数分布	633
§ 7.8 2階線形常微分方程式の 境界値問題	565	§ 1.2 代表値	634
§ 7.9 積分方程式	568	§ 1.3 散布度	635
8. 偏微分方程式	570—595	§ 1.4 相関関係	637
§ 8.1 偏微分方程式の一般的理論	570	2. 確率	639—664
§ 8.2 1階偏微分方程式	574	§ 2.1 確率の概念	639
§ 8.3 2変数の2階偏微分方程式	577	§ 2.2 確率変数と分布関数	643
§ 8.4 一般の2階線形偏微分方程式	581		

§ 2.3	確率変数の変換	650
§ 2.4	期待値	651
§ 2.5	種々の確率分布	656
§ 2.6	極限定理	661
3.	標本分布	664—671
§ 3.1	母集団と標本	664
§ 3.2	積率統計量	665
§ 3.3	順序統計量	667
§ 3.4	正規標本論	668
4.	推定	671—699
§ 4.1	統計的推定の概念	671
§ 4.2	推定量の基準	672
§ 4.3	最尤推定	679
§ 4.4	最小 2 乗法	682
§ 4.5	その他の点推定	688
§ 4.6	区間推定	692
§ 4.7	ノンパラメトリック推定	695
5.	検定	699—724
§ 5.1	概説	699
§ 5.2	ネイマン・ピアソンの基本定理	701
§ 5.3	一様最強力検定	703
§ 5.4	尤度比検定	709
§ 5.5	順位検定	714
§ 5.6	χ^2 検定	717
§ 5.7	統計的決定関数	720
6.	統計的計画	724—734
§ 6.1	統計的計画	724
§ 6.2	実験計画法	725
§ 6.3	標本調査法	731
§ 6.4	品質管理法	733
7.	確率・統計の小史	734—742

VI. 応用数学

	はしがき	745
1.	電子計算機	746—754
§ 1.1	計算機械	746
§ 1.2	電子計算機の原理	748
§ 1.3	周縁機器	750
§ 1.4	電子計算機と電卓	752
§ 1.5	流れ図	753
2.	論理回路	755—758
§ 2.1	AND 回路, OR 回路, NOT 回路	755
§ 2.2	加算回路	756
§ 2.3	計算機内の四則	758
3.	オートマトン理論	759—769
§ 3.1	有限オートマトン	759

§ 3.2	言語	761
§ 3.3	チューリング機械	762
§ 3.4	計算可能関数	765
§ 3.5	アルゴリズム	767
4.	計算機言語とプログラミング	770—775
§ 4.1	プログラミング言語	770
§ 4.2	プログラミングの技法	771
§ 4.3	いくつかの標準言語	774
§ 4.4	プログラムの誤りさがし	775
5.	補間法とその応用	776—788
§ 5.1	補間法の原理	776
§ 5.2	一般の補間	777
§ 5.3	等間隔補間	778
§ 5.4	中心差分による公式	779
§ 5.5	数値微分法	781
§ 5.6	数値積分法	782
§ 5.7	オイラー・マクロロリン の公式と応用	786
6.	数値計算法	789—799
§ 6.1	連立 1 次方程式 (消去法)	789
§ 6.2	連立 1 次方程式の反復解法	791
§ 6.3	固有値問題	793
§ 6.4	常微分方程式の数値解法	795
§ 6.5	偏微分方程式の数値解法	798
7.	数値解析と計算法の事例	800—811
§ 7.1	誤差解析	800
§ 7.2	2 次方程式	802
§ 7.3	極限値の例	803
§ 7.4	円周率の計算	805
§ 7.5	対数表の作成	807
§ 7.6	高速フーリエ変換	808
§ 7.7	乱数の発生について	810
8.	図式計算法	812—820
§ 8.1	図式計算法小史	812
§ 8.2	関数尺	812
§ 8.3	関数方眼紙	813
§ 8.4	共点図表	814
§ 8.5	共線図表	815
§ 8.6	多変数の計算図表	817
§ 8.7	移動計算図表	818

VII. 数学特論

1.	数学教育	821—884
§ 1.1	総説	821
§ 1.2	欧米数学教育史	825
①	初期の数学教育	825

② 数学教育の確立 ……………826	§ 2.6 算木(算籌)とそろばん ……………886
③ 20世紀初めの数学教育改造運動 ……………829	§ 2.7 遺題承継と算額奉掲 ……………887
④ 第二次大戦後の動向 —「現代化運動」……………834	§ 2.8 遺題承継時代の和算 ……………889
§ 1.3 日本数学教育史……………843	§ 2.9 関孝和の傑出した業績 ……………890
① 江戸時代以前の数学教育 ……………843	§ 2.10 建部賢弘の著明な業績 ……………894
② 江戸時代の数学教育 ……………843	§ 2.11 関流の隆盛と和算家の業績(Ⅰ) ……895
③ 洋算輸入と初期の数学教育 ……………845	§ 2.12 関流の隆盛と和算家の業績(Ⅱ) ……896
④ 数学教育の統一・安定期 における教育……………849	§ 2.13 関流の隆盛と和算家の業績(Ⅲ) ……897
⑤ 高等学校(旧制)大学等の 初期の数学教育……………851	§ 2.14 最上流・宅間流・麻田流等 の和算家 ……………898
⑥ 大正時代の数学教育 ……………853	§ 2.15 和算末期の著明な業績(Ⅰ) ……899
⑦ 昭和初期の数学教育 ……………854	§ 2.16 和算末期の著明な業績(Ⅱ) ……900
⑧ 昭和中期(終戦まで)の数学教育 ……857	§ 2.17 和算末期の著明な業績(Ⅲ) ……900
⑨ 旧制高等学校の数学教育 ……………862	§ 2.18 幕末・明治初期の和算・洋算 ……901
⑩ 敗戦と生活単元学習 ……………864	3. 興味ある数学問題……………903—952
⑪ 昭和26年(1951) の学習指導要領改訂……………868	§ 3.1 整数の問題 ……………903
⑫ 生活単元学習批判と学力論争 ……870	§ 3.2 円周率 ……………905
⑬ 高等学校の科目の改訂 ……………871	§ 3.3 虫食い算 ……………909
⑭ 昭和33年(1958) の学習指導要領改訂……………871	§ 3.4 魔方陣 ……………910
⑮ 昭和35年(1960)の 高等学校学習指導要領改訂……………875	§ 3.5 15パズル ……………916
⑯ 国際数学教育調査 ……………877	§ 3.6 ピタゴラスの定理とタイルはり ……918
⑰ 現代化の嵐 ……………878	§ 3.7 作図問題 ……………925
⑱ 現代化への反動 ……………883	§ 3.8 グラフ理論に関連する問題 ……928
2. 和算(明治前の日本の数学) ……885—903	§ 3.9 組合せパズルなど ……………935
§ 2.1 「和算」……………885	§ 3.10 卵形線と等周問題 ……………946
§ 2.2 中国数学の伝来……………885	
§ 2.3 白鳳・奈良・平安時代の数学……………885	
§ 2.4 毛利重能時代の和算……………885	
§ 2.5 吉田光由時代の和算……………886	

付 録

数表……………954—985
数学者年表……………986—1013
事項索引……………1016—1076
人名索引……………1077—1088
記号索引……………1089