

目 次

記 号 表

番号を付した 30 公式と電界強度 6 公式

序 論

1. 歴 史.....	1
2. 電力需要の増大	12
3. 高電圧三相送電	15
4. 高電圧直流送電	21
5. マイクロ波送電	24
6. 直線加速器	26
7. 高電圧試験設備	28
8. 電界理論の基礎	30
9. 課題の設定	31
10. 数学的解法	33

I. 等 角 写 像

1. 等角表示における電界	38
1.1 微分可能性	38
1.2 直 交 性	40
1.3 共役電位関数	41
1.4 種々の変換方式系	42
1.5 v/u 系による電界強度計算	43
1.6 u/v 系による電界強度計算	46
1.7 シュワイガーの電界利用率	48
1.8 不 変 定 理	50

1.9 作用力	52
1.10 重ねの理	53
1.11 鏡像法と対称化	54
2. 初等関数	54
2.1 べき関数	55
2.1.1 $z = aw + b$	55
2.1.2 $z = w^2$	55
2.1.3 $z = w^{7/\pi}$	57
2.1.4 $z = 1/w$	58
2.1.4.1 円対直線	59
2.1.4.2 二つの同じ大きさの円	61
2.1.5 $z = 1/w^n$	63
2.2 指数関数	64
2.2.1 $z = e^w$	64
2.2.2 $z = (a/\pi) \log w$	65
2.3 三角関数	68
2.3.1 $z = a \sin w$	68
2.3.2 $z = \arcsin w$	74
2.3.3 $z = \cot w$	76
2.3.4 $z = \operatorname{arccot} w$	77
2.4 双曲線関数	77
2.4.1 $z = \sinh w$	77
2.4.2 $z = \operatorname{arsinh} w$	78
2.5 同時写像	78
2.5.1 マックスウェルの式 $z = (a/\pi)(w + 1 + e^w)$	78
2.5.1.1 ログウスキーの端部形状	81
2.5.2 ジュウコウスキーの写像 $z = (a/2)(w/b + b/w)$	83
2.5.3 $z = a\sqrt{e^w + 1}$	85

2.5.3.1	二 導 体	87
2.5.4	$z = a \sqrt[4]{e^w + 1}$	91
2.5.4.1	四 導 体	91
2.5.5	$z = a \{(e^w + 1)/(e^w - 1)\}$	93
2.5.6	多導体対平面	93
2.6	連 続 写 像	93
2.6.1	$z = (a/\pi) \log \sin w$	94
2.6.2	$z = (a/\pi) \log (e^w + 1)$	95
2.6.2.1	中間写像と電界利用率	97
2.6.3	系 統 化	99
3.	高 等 関 数	100
3.1	だ 円 関 数	100
3.1.1	だ 円 積 分	101
3.1.2	ヤコビ関数 $\operatorname{sn} \operatorname{cn} \operatorname{dn}$	103
3.1.2.1	$z = a \operatorname{sn} w$	105
3.1.2.2	$z^* = a \operatorname{cn} w$	108
3.1.2.3	$z = a \operatorname{dn} w$	109
3.1.2.4	同 時 系	110
3.1.3	ヤコビのツェータ関数	110
3.1.3.1	$z = z n w$	110
3.1.3.2	同 時 系	112
3.1.4	ワイエルシュトラス関数 $\wp \zeta \sigma$	112
3.1.4.1	変形 $\wp$ 関数	113
3.1.4.2	$\wp_s$ 関 数	113
3.1.5	ヤコビのテータ関数	115
3.2	ガンマ関数	115
3.3	円筒関数	116
3.3.1	ベッセル関数	116

3.3.1.1	第一種ベッセル関数	117
3.3.1.2	第二種ベッセル関数	117
3.3.1.3	第三種ベッセル関数	118
3.3.1.4	半整数次	118
3.3.2	変形円筒関数	118
3.3.3	ケルビン関数	119
3.4	球関数	119
3.5	マシュー関数	121
3.6	ワングリン関数とハイネ関数	121
4.	多角写像	121
4.1	直線多角形	122
4.1.1	計算方法	124
4.1.2	マックスウェルの公式による計算方法の検算	127
4.1.2.1	電位跳躍—変形 I	128
4.1.2.2	電位跳躍—変形 II	130
4.1.2.3	二つの電位跳躍変形の意味	131
4.1.2.4	四つの役に立たない変形	132
4.1.2.5	他の電位跳躍変形を通じての写像	133
4.1.2.6	オイラーの関係	134
4.1.3	角対平板	135
4.1.4	半平面对凹角	136
4.1.5	角対凹角	138
4.1.6	平等電界の特別な場合	139
4.1.7	計算用多角形	140
4.1.7.1	半開多角形	140
4.1.7.2	閉じた多角形	141
4.1.8	鋭角多角形	142
4.2	丸めた角をもつ直線多角形	143

4.2.1 計 算 例	144
4.2.1.1 写像関数の決定	144
4.2.1.2 電界強度の決定	146
4.2.1.3 電界利用率の決定	147
4.2.1.4 電界強度一定の輪郭	147
4.3 曲線多角形	148
4.3.1 曲線関数を用いた写像	148
4.3.2 リッチモンドの直交法	148
4.3.2.1 閉じた円多角形	148
4.3.2.2 開いた円多角形	150
4.3.2.3 閉じた円-双曲線多角形	151
4.3.2.4 円弧スリット	151
4.4 ボルダの端部形状	152
4.4.1 課題の設定	153
4.4.2 計 算 原 理	154
4.4.3 計 算 過 程	156
4.4.3.1 ψ 過程を用いた解	157
4.4.3.2 w 過程を用いた解	157
4.4.3.3 $\log \zeta$ 過程を用いた解	157
4.4.4 非対称の $\pi/2$ ボルダ形状	158
4.4.5 対称 $\pi/2$ ボルダ形状	160
4.4.6 非対称 π ボルダ形状	162
5. 関 数 合 成	164
5.1 直 交 過 程	164
5.2 ($v=0$) 過程	166
 II. 数値解法による電界計算	
1. 逐次近似法	171

1.1	逐点近似法	171
1.1.1	四角形公式	173
1.1.2	対角公式	174
1.1.3	対称公式	174
1.1.4	境界領域公式	174
1.1.5	DK 公式	175
1.1.6	格子の細分化	175
1.1.7	八点公式	176
1.1.8	計算例	176
1.1.9	格子間隔	178
1.2	ブロック逐次近似	180
1.2.1	四次のブロック	180
1.2.2	九次のブロック	181
1.3	逐列近似——マトリックスによる解法	181
1.4	補足説明	183
1.5	ポアソンの定理	184
2.	緩和法	185
3.	モンテカルロ法	186
4.	最小二乗法	186
5.	三次元電界	188
5.1	立方体公式	188
5.2	回転対称性	188
5.2.1	四角形公式	189
5.2.2	対角公式	190
5.2.3	境界領域公式	190
5.2.4	軸公式	191
5.3	有限要素法	191
5.4	点-線-円線-電荷法	194

III. 座 標 変 換

1. 直 角 座 標	199
2. 変換された座標	201
2.1 計 量 係 数	201
2.2 面積および体積計算	205
2.3 $\text{grad}\varnothing$ の計算	206
2.4 $\Delta\varnothing$ の計算	207
2.5 ラプラスの方程式の歴史	209
3. 単純分離可能性	210
3.1 円 筒 系	211
3.2 回 転 系	213
4. アイゼンハルト系	214
4.1 対称アイゼンハルト系	214
4.2 非対称アイゼンハルト系	215
5. ムーン/スペンサー系	215
5.1 円筒ムーン/スペンサー系	218
5.2 回転ムーン/スペンサー系	220
6. R 分離可能性	222
6.1 原 理	222
6.2 双球面座標	223
6.3 円 環 座 標	224
7. 直交性について	225
8. 計 算 過 程	228
9. 精選応用例	229
9.1 円筒系の応用例	230
9.1.1 直 角 座 標	230
9.1.1.1 長方形断面と試験用正方形	230
9.1.1.2 試験用立方体	234

9.1.2 円筒座標	236
9.1.2.1 円筒ケーブル	236
9.1.2.2 制御電位のある円筒	238
9.1.3 だ円円筒座標	240
9.1.3.1 だ円ケーブル	240
9.1.3.2 双曲線刃形	242
9.1.4 カシニ座標	243
9.1.4.1 二 導 体	243
9.1.5 マックスウェル円筒座標	245
9.1.5.1 平板コンデンサの端部電界	245
9.1.6 sn 円筒座標	246
9.1.6.1 sn 導 体	246
9.1.7 cn 円筒座標	247
9.1.7.1 サイクライドケーブル	247
9.1.7.2 サイクライド刃形	248
9.2 回転系の応用例	248
9.2.1 球 座 標	249
9.2.1.1 同 心 球	249
9.2.1.2 平等電界中の金属球	251
9.2.2 扁長だ円座標	253
9.2.2.1 共焦点だ円体	253
9.2.2.2 金属だ円体	255
9.2.2.3 双曲線先端	257
9.2.3 扁平だ円座標	259
9.2.3.1 円 板	259
9.2.3.2 回転双曲面ブッシング	260
9.2.4 回転放物面座標	262
9.2.4.1 共焦点回転放物面	262

9.2.5 双球座標	263
9.2.5.1 球対平板	263
9.3 重要な $\eta_{\text{trans/rot}}$ 式	266
9.4 η_{rot} を η_{trans} から計算できる可能性	269
9.5 展 望	270

IV. 練習問題 20 題と解答

1. 電界強度計算と変換方式	275
2. シュワイガーの電界利用率	277
3. 不変量と作用力	279
4. ベキ関数	280
5. 指数関数	282
6. 三角関数	283
7. 同時写像による端部電界	285
8. 同時写像	286
9. 連続写像	287
10. だ円関数	288
11. 高等関数を用いた計算	290
12. 直線多角形	292
13. 丸めた角をもつ直線多角形	295
14. ボルダ形状	296
15. 電界の数値解析	298
16. 座標変換	301
17. 円筒アイゼンハルト系	302
18. 円筒ムーン/スペンサー系	303
19. 回転アイゼンハルト系	305
20. R 分離をもつムーン/スペンサー系	307

付 録

1. 第一種不完全だ円積分 $F(\varphi, k)$	311
2. 第二種不完全だ円積分 $E(\varphi, k)$	311
3. ヤコビ関数 $\operatorname{sn}(u, k)$	312
4. ヤコビ関数 $\operatorname{cn}(u, k)$	313
5. ヤコビ関数 $\operatorname{dn}(u, k)$	314
6. ヤコビ関数 $\operatorname{zn}(u, k)$	315
7. 第一種および第二種ベッセル関数.....	316
8. 第一種および第二種ルジャンドル関数.....	317
9. 直角座標 (x, y, z)	318
10. 7 種類のアイゼンハルト系.....	320
11. ムーン/スペンサー系	336
12. 10 種類の円筒ムーン/スペンサー系.....	338
13. 2 種類の回転ムーン/スペンサー系	350
14. 6 種類の回転座標系の応用の可能性.....	356
15. 基礎的な円筒ならびに回転座標系の電界利用率を計算する公式.....	358
16. 基礎的な円筒ならびに回転座標系の電界利用率の計算値.....	360
17. 幾何学的係数 $(a_i + \rho)/\rho$ を計算する公式	361
参 考 文 献	363
事 項 索 引	379
人 名 索 引	384