

# INHALTSVERZEICHNIS

## ERSTES KAPITEL

### Quantenmechanik des Photons

§ 1. Wellenfunktion des Photons .....	1
1. Einführung .....	1
2. Wellenfunktion des Photons im Raum der Wellenzahlvektoren .....	2
3. Energie .....	4
4. Normierung der Wellenfunktion des Photons .....	5
§ 2. Zustände des Photons mit bestimmtem Impuls .....	7
1. Impulsoperator des Photons .....	7
2. Unmöglichkeit der Einführung einer Wellenfunktion des Photons in der Koordinatendarstellung .....	8
3. Ebene Wellen .....	9
4. Polarisationsdichtematrix des Photons .....	11
§ 3. Drehimpuls. Spin des Photons .....	14
1. Drehimpulsoperator .....	14
2. Spinoperator des Photons .....	15
3. Spin-Wellenfunktionen des Photons .....	17
§ 4. Zustände des Photons mit bestimmtem Drehimpuls und bestimmter Parität .....	20
1. Eigenfunktionen des Drehimpulsoperators des Photons .....	20
2. Longitudinale und transversale Kugelvektoren .....	22
3. Parität des Photonzustandes .....	24
4. Entwicklung nach Kugelwellen .....	26
5. Ausdrücke für das elektrische und magnetische Feld .....	27
§ 5. Streuung eines Photons an einem System von Ladungen .....	31
1. Einlaufende und auslaufende Wellen .....	31
2. Wirkungsquerschnitt der Streuung .....	33
3. Optisches Theorem .....	35
4. Dispersionsrelationen .....	37
§ 6. Potentiale des Photonfeldes .....	39
1. Transversales, longitudinales und skalares Potential .....	39
2. Longitudinal polarisiertes „Photon“ .....	41
3. Potentiale ebener Wellen und Kugelwellen .....	43
§ 7. Photonensysteme .....	44
1. Wellenfunktion eines Systems zweier Photonen .....	44
2. Gerade und ungerade Zustände zweier Photonen .....	45
3. Klassifizierung der Zustände zweier Photonen mit bestimmtem Drehimpuls .....	47
4. Wellenfunktion eines Systems beliebig vieler Photonen .....	50
§ 8. $L$ -Vektoren und Kugelfunktionen .....	52
1. Irreduzible Tensoren .....	52
2. Algebra der $L$ -Vektoren .....	53
3. Kugelfunktionen .....	57

## ZWEITES KAPITEL

## Relativistische Quantenmechanik des Elektrons

§ 9. Dirac-Gleichung	62
1. Spinoren und Pauli-Matrizen	62
2. Dirac-Gleichung, Dirac-Matrizen	64
3. Unitäre Transformationen eines Bispinors	65
4. Anzahl der Komponenten der Wellenfunktion des Elektrons und die Spiegelungs- transformation	67
5. Symmetrische Form der Dirac-Gleichung, Kontinuitätsgleichung	68
6. Invarianz der Dirac-Gleichung	69
7. Bilinearcombinationen aus den Komponenten der Wellenfunktion	72
§ 10. Elektron- und Positronzustände, Zustände mit bestimmtem Impuls und bestimmter Polarisation	73
1. Lösungen mit positiver und negativer Frequenz	73
2. Transformation der Ladungskonjugation	76
3. Wellenfunktion des Positrons	77
4. Ebene Wellen	79
5. Polarisation einer ebenen Welle	80
6. Polarisationsdichtematrix eines Elektrons	82
7. Mittelung über die Polarisationszustände	87
§ 11. Zustände des Elektrons mit bestimmtem Drehimpuls und bestimmter Parität	90
1. Bahn- und Spinfunktionen, Kugelspinoren	90
2. Wellenfunktion eines Zustandes mit bestimmtem Drehimpuls	92
3. Parität eines Zustandes	94
4. Entwicklung nach Kugelwellen	95
§ 12. Elektron im äußeren Feld	96
1. Dirac-Gleichung mit äußerem Feld	96
2. Trennung der Variablen im Zentralkraftfeld	98
3. Asymptotisches Verhalten der radialen Funktionen	100
4. Verhalten eines Niveaus in Abhängigkeit von der Tiefe des Potentialtopfes	101
5. Elektron im konstanten homogenen Magnetfeld	103
§ 13. Bewegung eines Elektrons im Kernfeld	105
1. Lösung der radialen Gleichungen für das Coulomb-Feld	105
2. Wellenfunktionen des kontinuierlichen Spektrums	109
3. Isotopieverschiebung der Niveaus	111
4. Allgemeine Untersuchung über die Rolle der endlichen Kernabmessungen	112
§ 14. Elektronenstreuung	114
1. Spinorielle Streuamplitude	114
2. Darstellung des Streuquerschnitts durch Phasenverschiebungen	117
3. Polarisation und azimutale Asymmetrie	118
4. Streuung im Coulomb-Feld	120
5. Kleinwinkelstreuung	124
§ 15. Nichtrelativistische Näherung	125
1. Übergang zur Pauli-Gleichung	125
2. Zweite Näherung	127
3. Anwendung der Dirac-Gleichung auf Nukleonen	130

## DRITTES KAPITEL

## Quantisierung des elektromagnetischen und des Elektron-Positron-Feldes

§ 16. Quantelung des elektromagnetischen Feldes	133
1. Vierdimensionale Form der Feldgleichungen	133
2. Variationsprinzip, Energieimpulstensor des elektromagnetischen Feldes	135

3. Entwicklung der Potentiale nach ebenen Wellen	139
4. Quantelung des elektromagnetischen Feldes	141
5. Benutzung von indefiniter Metrik	146
§ 17. Kommutatoren des elektromagnetischen Feldes	151
1. Vertauschungsrelationen für Potentiale und Feldkomponenten	151
2. Chronologisches Produkt und Normalprodukt der Potentialkomponenten	155
3. Singuläre Funktionen, die mit den Operatoren $\square$ und $(\square - m^2)$ zusammenhängen	160
§ 18. Quantelung des Elektron-Positron-Feldes	168
1. Variationsprinzip für die Dirac-Gleichung. Energie-Impuls-Tensor des Elektron-Positron-Feldes	168
2. Quantenbedingungen des Elektron-Positron-Feldes	170
§ 19. Antikommutatoren des Elektron-Positron-Feldes. Chronologisches Produkt und Normalprodukt der Feldkomponenten. Stromdichte	176
1. Vertauschungsrelationen für die Feldkomponenten	176
2. Chronologisches Produkt und Normalprodukt der Operatoren des Elektron-Positron-Feldes	178
3. Dichte des elektrischen Stromes	181
§ 20. Allgemeine Eigenschaften der Wellenfelder	184
1. Wellenfunktionen des Feldes und die Lorentz-Gruppe	184
2. Irreduzible endlich dimensionale Darstellungen der Lorentz-Gruppe	187
3. Energie-Impuls-Tensor und Drehimpulstensor	191
4. Stromdichtevektor	195
5. Relativistisch invariante Feldgleichungen	196
6. Wellengleichungen für Teilchen mit Spin null und eins	201
§ 21. Feldquantisierung. Zusammenhang zwischen Spin und Statistik	203
1. Unbestimmter Charakter der Ladung bei ganzzahligem Spin und der Energie bei halbzahligem Spin	203
2. Feldquantisierung bei ganzzahligem und bei halbzahligem Spin. Theorem von Pauli	206
3. Koordinatenspiegelung und Zeitumkehr	210

VIERTES KAPITEL

Grundgleichungen der Quantenelektrodynamik

§ 22. Wechselwirkung zwischen elektromagnetischem Feld und Elektron-Positron-Feld	217
1. Gleichungssystem der wechselwirkenden Felder	217
2. Lagrange-Funktion. Energie-Impuls-Tensor	219
3. Feldgleichungen in Form von Poisson-Klammern	222
4. Invarianzeigenschaften der Gleichungen der Quantenelektrodynamik	224
§ 23. Gleichungen der Quantenelektrodynamik in der Wechselwirkungsdarstellung. Invariante Störungsrechnung	228
1. Heisenberg- und Schrödinger-Darstellung. Wechselwirkungsdarstellung	228
2. Übergang zur Wechselwirkungsdarstellung in der Quantenelektrodynamik	231
3. Operator der Ladungskonjugation	236
4. Störungstheorie	240
§ 24. Streumatrix	244
1. Stoßprobleme und Definition der Streumatrix	244
2. Matrixelemente der Feldoperatoren	245
3. Darstellung der Streumatrix als Summe von Normalprodukten	248
4. Allgemeiner Zusammenhang zwischen $T$ - und $N$ -Anordnungen	251
5. Symmetrie der Streumatrix gegenüber Zeitumkehr	254

§ 25. Graphische Darstellung der Streumatrixelemente. Streumatrix im Impulsraum . . . . .	257
1. Graphische Darstellung der Normalprodukte . . . . .	257
2. Verschiedene Wechselwirkungsprozesse der Felder . . . . .	259
3. Übergang zum Impulsraum . . . . .	264
4. Geschlossene Elektronlinien mit einer ungeraden Anzahl von Eckpunkten . . . . .	268
5. Regeln für die Schreibweise von Matrixelementen . . . . .	269
§ 26. Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Prozesse . . . . .	272
1. Allgemeine Formel für die Wahrscheinlichkeit . . . . .	272
2. Summierung und Mittelung über die Polarisationszustände der Photonen und Elektronen . . . . .	274
3. Wahrscheinlichkeit von Prozessen mit polarisierten Teilchen . . . . .	277
4. Wahrscheinlichkeit von Prozessen im äußeren Feld . . . . .	280

## FÜNFTES KAPITEL

**Wechselwirkung zwischen Elektronen und Photonen**

§ 27. Emission und Absorption eines Photons . . . . .	283
1. Allgemeiner Ausdruck für das Matrixelement . . . . .	283
2. Ausstrahlung eines elektrischen Multipols . . . . .	285
3. Ausstrahlung eines magnetischen Multipols . . . . .	288
4. Auswahlregeln . . . . .	291
5. Winkelverteilung und Polarisation der Strahlung . . . . .	292
§ 28. Streuung eines Photons an einem freien Elektron . . . . .	298
1. Matrixelement der Streuung . . . . .	298
2. Anwendung der Erhaltungssätze . . . . .	300
3. Invarianz des Streuquerschnitts . . . . .	301
4. Differentieller Wirkungsquerschnitt im Falle unpolarisierter Teilchen . . . . .	303
5. Winkelverteilung und Gesamtstreuquerschnitt . . . . .	306
6. Verteilung der Rückstoßelektronen . . . . .	307
7. Streuung polarisierter Photonen . . . . .	308
8. Streuung von Photonen an polarisierten Elektronen . . . . .	311
§ 29. Bremsstrahlung . . . . .	312
1. Störungstheorie für die Wellenfunktion eines Elektrons im kontinuierlichen Spektrum. Einlaufende und auslaufende Wellen . . . . .	312
2. Wirkungsquerschnitt der Bremsstrahlung . . . . .	316
3. Winkelverteilung der Ausstrahlung im Coulomb-Feld . . . . .	321
4. Polarisation der Strahlung . . . . .	322
5. Spektrum der Strahlung . . . . .	324
6. Abschirmung . . . . .	325
7. Strahlungsenergieverluste . . . . .	329
8. Strenge Theorie der Bremsstrahlung im nichtrelativistischen Gebiet . . . . .	331
9. Exakte Theorie der Bremsstrahlung im extremrelativistischen Gebiet . . . . .	335
10. Ausstrahlung beim Zusammenstoß eines Elektrons mit einem Elektron und einem Positron . . . . .	338
§ 30. Ausstrahlung langwelliger Photonen . . . . .	342
1. „Infrarotkatastrophe“ . . . . .	342
2. Untersuchung der Divergenz im Gebiet niedriger Frequenzen mit Hilfe der Streumatrix . . . . .	346
3. Zusammenhang zwischen der „Masse“ des Photons und der Minimalfrequenz . . . . .	350
§ 31. Photoeffekt . . . . .	355
1. Photoeffekt im nichtrelativistischen Gebiet . . . . .	355
2. Photoeffekt im relativistischen Gebiet . . . . .	359

§ 32. Elektron-Positron-Paarerzeugung	362
1. Erzeugung eines Elektron-Positron-Paares durch ein Photon im Kernfeld	362
2. Strenge Theorie der Paarzeugung durch ein Photon im Kernfeld im nichtrelativistischen und im extremrelativistischen Falle	367
3. Paarbildung durch zwei Photonen	371
4. Paarzeugung beim Photon-Elektron-Stoß	373
5. Paarbildung beim Zusammenstoß zweier schneller, geladener Teilchen	375
§ 33. Umwandlung von Elektron-Positron-Paaren in Photonen	379
1. Umwandlung eines Paares in zwei Photonen	379
2. Polarisierungseffekte bei der Zwei-Photonen-Paarvernichtung	381
3. Auswandlung eines Paares in ein Photon	384
4. Zerfall des Positroniums	385
5. Drei-Photonen-Zerfall des Orthopositroniums	387
6. Entstehung mehrerer Photonen bei der Paarvernichtung	390
§ 34. Methode der äquivalenten Photonen	392
1. Anzahl äquivalenter Photonen	392
2. Bremsstrahlung eines schnellen Elektrons im Kernfeld	397
3. Ausstrahlung beim Zusammenstoß zweier Elektronen	398
4. Paarzeugung durch ein Photon im Kernfeld	400
5. Paarzeugung beim Zusammenstoß zweier schneller Teilchen	401
§ 35. Streuung eines Photons an einem gebundenen Elektron. Emission zweier Photonen	402
1. Dispersionsformel	402
2. Resonanzstreuung	407
3. Compton-Streuung an gebundenen Elektronen	408
4. Ausstrahlung zweier Photonen. Der metastabile $2S_{1/2}$ -Zustand beim Wasserstoffatom	411

SECHSTES KAPITEL

**Retardierte Wechselwirkung zweier Ladungen**

§ 36. Streuung eines Elektrons und eines Positrons an einem Elektron	414
1. Elektron-Elektron-Streuung	414
2. Positron-Elektron-Streuung	417
3. Streuung polarisierter Elektronen und Positronen	418
4. Umwandlung eines Elektron-Positron-Paares in ein $\mu$ -Mesonenpaar	421
§ 37. Retardierte Potentiale	422
1. Wechselwirkungsfunktion für zwei Ladungen	422
2. Allgemeine Form des Matrixelements	423
3. Retardierte Potentiale und Übergangsströme	425
§ 38. Wechselwirkungsenergie zweier Elektronen mit einer Genauigkeit bis $\frac{v^2}{c^2}$ einschließlich	428
1. Formel von Breit	428
2. Schrödinger-Gleichung für ein System zweier Elektronen	433
3. Wechselwirkung zwischen einem Elektron und einem Positron	434
4. Austauschwechselwirkung zwischen einem Elektron und einem Positron	434
§ 39. Das Positronium	438
1. Hamilton-Operator und ungestörte Gleichung	438
2. Störoperator	439
3. Feinstruktur	440
4. Zeeman-Effekt	443

§ 40. Innere Konversion der Gammastrahlen	446
1. Entwicklung der retardierten Potentiale nach Kugelwellen	446
2. Konversionskoeffizient	449
3. Konversion in der $K$ -Schale	451
4. Rolle der endlichen Kernaussmaße	457
5. Einfluß der Elektronenhülle auf die Kernaussstrahlung	458
§ 41. Konversion mit Paarerzeugung, Anregung von Kernen durch Elektronen	460
1. Konversion der Ausstrahlung eines magnetischen Multipols	460
2. Konversion der Ausstrahlung eines elektrischen Multipols	464
3. Anregung von Kernen durch Elektronen	466
4. Monochromatische Positronen	469
§ 42. Coulomb-(Monopol-)Übergänge	470
1. Zurückführung auf die statische Wechselwirkung	470
2. Konversion und Anregung eines Kerns bei einem $E0$ -Übergang	472

## SIEBENTES KAPITEL

## Untersuchung der Streumatrix

§ 43. Eigenschaften der strengen Lösungen der Gleichungen der Quantenelektrodynamik. Ausbreitungsfunktionen	474
1. Stationäre Zustände eines Systems wechselwirkender Felder	474
2. Ausbreitungsfunktionen und ihre Parameterdarstellung	477
3. Zusammenhang zwischen den Ausbreitungsfunktionen und der Streumatrix. Integralgleichungen für die Ausbreitungsfunktionen	483
4. Elektromagnetische Masse des Elektrons	489
§ 44. Struktur der Streumatrix	492
1. Selbstenergieteile der Diagramme	492
2. Eckteile der Diagramme	496
3. Renormierung der Elektronmasse	500
§ 45. Renormierung der Elektronladung	500
1. Physikalische Elektronladung	500
2. Renormierung der Ausbreitungsfunktionen und der Eckteile	504
3. Drei-Photonen-Eckteile	506
4. Renormierung der Matrixelemente	508
5. Durchführung der Störungsrechnung in Form einer Potenzreihe nach $e_0$	509
§ 46. Divergenzen in der Streumatrix und ihre Beseitigung	512
1. Divergenzen in irreduziblen Diagrammen	512
2. Einführung eines Grenzpulses	514
3. Konvergenz der regularisierten Ausdrücke für irreduzible Eckteile und Selbstenergieteile	516
4. Konvergenz der regularisierten Größen im Falle reduzibler Diagramme	519
§ 47. Berechnung der Selbstenergieteile und der Eckteile	521
1. Berechnung von Integralen über ein vierdimensionales Gebiet	521
2. Elektronselbstenergieteil zweiter Ordnung	528
3. Photonselfenergieteil zweiter Ordnung	532
4. Eckteil dritter Ordnung im Falle äußerer Elektronlinien	535
5. Eckteil dritter Ordnung im Falle einer äußeren Elektronlinie	539
§ 48. Grenzen für die Anwendbarkeit der Quantenelektrodynamik	542
1. Entwicklungsparameter der Störungsrechnung	542
2. Nullte Näherung der Entwicklung nach $e^2$	544
3. Integralgleichung für die nullte Näherung	547

4. Funktionaleigenschaften der Ausbreitungsfunktionen .....	548
5. Über die Grenzen der Quantenelektrodynamik .....	550
§ 49. Verallgemeinerte Greensche Funktionen .....	552
1. Greensche Funktionen in Gegenwart äußerer Felder .....	552
2. Greensche Zwei-Elektronen-Funktion. Gleichung für gebundene Zustände des Elektron-Positron-Systems .....	555
3. Gleichungen für die Greenschen Funktionen mit Hilfe von Variationsableitungen ..	558
4. Darstellung der Greenschen Funktionen als Funktionalintegrale .....	560

ACHTES KAPITEL

**Strahlungskorrekturen zu elektromagnetischen Prozessen**

§ 50. Effektive potentielle Energie eines Elektrons. Strahlungskorrekturen zum magnetischen Moment des Elektrons und zum Coulombschen Gesetz .....	565
1. Wechselwirkungsenergie eines Elektrons mit dem elektromagnetischen Feld unter Berücksichtigung von Korrekturen der Größenordnung $\alpha$ .....	565
2. Strahlungskorrekturen zum magnetischen Moment des Elektrons .....	569
3. Strahlungskorrekturen zum Coulombschen Gesetz .....	573
§ 51. Strahlungskorrekturen zur Elektronenstreuung .....	575
1. Streuung eines Elektrons im Coulomb-Feld eines Kerns in zweiter Bornscher Näherung .....	575
2. Differentieller Streuquerschnitt für ein Elektron im Coulomb-Feld eines Kerns mit Berücksichtigung der Strahlungskorrekturen von der Ordnung $\alpha$ .....	580
3. Elimination der „Masse“ des Photons aus dem Streuquerschnitt .....	583
4. Beseitigung der Infrarotdivergenz für beliebige Streuprozesse .....	585
5. Strahlungskorrekturen zur Elektron-Elektron- und Elektron-Positron-Streuung ..	589
6. Streuung von Elektronen hoher Energie im äußeren Feld .....	592
§ 52. Strahlungskorrekturen zur Photon-Elektron-Streuung, zur Zwei-Photonen-Paarvernichtung und zur Bremsstrahlung .....	595
1. Strahlungskorrekturen zum Compton-Effekt .....	595
2. Grenzfälle kleiner und großer Energien .....	603
3. Strahlungskorrekturen zur Zwei-Photonen-Paarvernichtung .....	604
4. Strahlungskorrekturen zur Bremsstrahlung .....	607
§ 53. Strahlungskorrekturen zu den Atomniveaus .....	609
1. Strahlungsverschiebung der Atomniveaus .....	609
2. Strahlungsverschiebung der Niveaus des $\mu$ -Mesonwasserstoffs .....	613
3. Natürliche Linienbreite .....	615
4. Streuung eines Photons in Resonanznähe .....	617
§ 54. Photon-Photon-Streuung und Lagrange-Funktion des elektromagnetischen Feldes	620
1. Tensor vierter Stufe für die Photon-Photon-Streuung .....	620
2. Photon-Photon-Streuung .....	623
3. Zusammenhang zwischen dem Photon-Photon-Streuquerschnitt und den Strahlungskorrekturen zur Lagrange-Funktion des elektromagnetischen Feldes .....	625
4. Strenger Ausdruck für die Lagrange-Funktion des elektromagnetischen Feldes ...	634
§ 55. Streuung eines Photons im Coulomb-Feld eines Kerns .....	643
1. Allgemeiner Ausdruck für den Streuquerschnitt eines Photons in einem konstanten elektromagnetischen Feld .....	643
2. Zusammenhang zwischen der Amplitude der Photonen-Vorwärtsstreuung und dem Paarerzeugungswirkungsquerschnitt .....	645
3. Impulsverteilung der Rückstoßkerne bei der Paarerzeugung durch ein Photon im Kernfeld .....	647
4. Winkelverteilung der Rückstoßkerne und integraler Wirkungsquerschnitt der Paarerzeugung durch ein Photon im Coulomb-Feld eines Kerns .....	654
5. Kohärente Kleinwinkelstreuung im Kernfeld .....	656

## NEUNTES KAPITEL

**Elektrodynamik von Teilchen mit dem Spin null**

§ 56. Feldgleichungen skalarer Teilchen .....	664
1. Gleichungen erster Ordnung .....	664
2. Quantisierung eines freien skalaren Feldes .....	667
3. Kommutatoren der Felder. Vakuumerwartungswerte von Produkten der Feldkomponenten .....	668
§ 57. Streumatrix in der skalaren Elektrodynamik .....	671
1. Wechselwirkungsdarstellung .....	671
2. Regeln zur Berechnung der Streumatrixelemente .....	673
3. Divergenzen in der Streumatrix .....	674
§ 58. Streuung skalarer Teilchen .....	678
1. Streuung skalarer Teilchen im Coulomb-Feld eines Kerns .....	678
2. Streuung eines geladenen skalaren Teilchens an einem skalaren Teilchen .....	679
§ 59. Streuung eines Photons an einem skalaren Teilchen. Bremsstrahlung eines skalaren Teilchens .....	680
1. Streuung eines Photons an einem skalaren Teilchen .....	680
2. Bremsstrahlung skalarer Teilchen .....	682
§ 60. Paarerzeugung und -vernichtung skalarer Teilchen .....	683
1. Erzeugung eines Paares skalarer Teilchen durch ein Photon im Coulomb-Feld eines Kerns .....	683
2. Erzeugung eines Paares skalarer Teilchen durch zwei Photonen .....	684
3. Zwei-Photonen-Vernichtung eines Paares skalarer Teilchen .....	684
4. Gegenseitige Umwandlung von Paaren skalarer Teilchen und Elektron-Positron-Paaren .....	685
§ 61. Vakuumpolarisation geladener skalarer Teilchen .....	687
1. Tensor der Vakuumpolarisation bei skalaren Teilchen .....	687
2. Korrektur zum Coulombschen Gesetz .....	689
3. Photon-Photon-Streuung. Strahlungskorrekturen zur Lagrange-Funktion des elektromagnetischen Feldes .....	690
<b>Abschließende Bemerkungen .....</b>	<b>692</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>	<b>694</b>