

目 次

第 0 章 序 論

| | |
|------------------------------------|----|
| 集 合 | 1 |
| 部分集合と補集合；和集合と共通部分 | 2 |
| 類 の 算 法 | |
| 関 係 | 6 |
| 関係の算法，同値関係 | |
| 関 数 | 10 |
| 順 序 | 12 |
| 順序完備の集合，鎖，順序保存関数の拡張 | |
| 代数的概念 | 16 |
| 実数の集合 | 19 |
| 整数，帰納法による定義， b -進展開 | |
| 可 算 集 合 | 24 |
| 部分集合，和，実数の集合 | |
| 濃 度 | 27 |
| Schroeder-Bernstein の定理 | |
| 順 序 数 | 28 |
| 最初の非可算順序数 | |
| 直 積 | 29 |
| Hausdorff の極大原理 | 31 |
| 極大原理，Kuratowski-Zorn の補題，選択公理，整列原理 | |

第1章 位相空間

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 位相と近傍 | 36 |
| 位相の比較, 点における近傍系 | |
| 閉集合 | 38 |
| 集積点 | 39 |
| 閉包 | 40 |
| Kuratowski の閉包作用素 | |
| 内部と境界 | 42 |
| 基と部分基 | 44 |
| 可算基を持つ位相, Lindelöf の定理 | |
| 相対位相; 分離性 | 49 |
| 連結集合 | 51 |
| 成分 | |
| 問題 | 53 |
| A 最大位相と最小位相; B 近傍系から導かれる位相; C 内部作用素から導かれる位相; D T_1 -空間における集積点; E Kuratowski 閉包と補集合の問題; F 可算基を持つ空間についての問題; G 稠密集合に関する問題; H 集積点; I 順序位相; J 実数の集合の性質; K 半開区間空間; L 半開矩形空間; M 第一, 第二可算性についての例 (順序数の集合); N 可算鎖条件; O ユークリッド平面; P 成分の例; Q 分離される集合についての定理; R 連結集合についての有限鎖定理; S 局所連結空間; T Brouwer の還元定理 | |

第2章 Moore-Smith の収束

| | |
|--------------|----|
| 序 論 | 61 |
| 有向集合とネット | 63 |
| 極限の一意性, 二重極限 | |
| 部分ネットと密集点 | 68 |
| 列と部分列 | 71 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| *収束類 | 72 |
| 収束による位相の特殊化 | |
| 問題 | 75 |
| A 列についての問題；B 列の収束が不相当である空間の例；C Hausdorff 孔空間における問題；D 部分列の問題；E 共終部分集合の不適切な空間の例；F 単調ネット；G (初等)積分論；H 積分論；I 束における極大イデアル；J 普遍ネット；K ブール環；L フィルター | |

第3章 積空間と商空間

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 連続関数 | 85 |
| 連続性の特徴づけ, 同相写像 | |
| 積空間 | 89 |
| 積空間への関数, 座標ごとの収束, 可算性 | |
| 商空間 | 94 |
| 開写像と閉写像, 上半連続分解 | |
| 問題 | 100 |
| A 連結空間；B 連続性に関する定理；C 連続関数についての問題；D 点での連続性；連続な拡張；E 実数値連続関数についての問題；F 上半連続関数；G 位相同値に関する問題；H 同相写像と1:1連続写像；I 二変数のおのおのでの連続性；J ユークリッド n -空間の問題；K 積空間における閉包, 内部, 境界の問題；L 積空間における問題；M 可算基を持つ空間の積；N 積空間と可分性の問題；O 連結空間の積；P T_1 -空間における問題；Q 商空間の問題；R 商空間の例と対角点列；S 位相群；T 位相群の部分群；U 因子群と準同型；V 函位相；W 実線型空間における汎関数；X 実線型位相空間 | |

第4章 埋蔵と距離

| | |
|----------------------------|-----|
| 連続関数の存在 | 114 |
| Tychonoff の補題, Urysohn の補題 | |
| 立方体への埋蔵 | 117 |
| 埋蔵補題, Tychonoff 空間 | |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 距離空間と準距離空間 | 120 |
| 距離位相, 可算積 | |
| 距離化定理 | 125 |
| Urysohn の距離化定理, 局所有限被覆, 細分, 距離化可能性の特徴づけ | |
| 問 題 | 132 |
| A 正則空間 ; B 距離空間における関数の連続性 ; C 距離に関する問題 ; D 部分集合族に対する Hausdorff 距離 ; E 正規空間の積の例 (順序数) ; F 正規空間の部分空間の例 (Tychonoff の板) ; G 商空間の積と正則でない Hausdorff 空間の例 ; H 遺伝的, 乗法的, 除法的性質 ; I 半開区間空間 ; J 実数値連続関数の零集合 ; K 完全正規空間 ; L 完全正則空間の特徴づけ ; M 正規空間の上半連続分解 | |

第 5 章 コンパクト空間

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 同 値 | 138 |
| 有限交叉性, 密集点, Alexander の部分基定理 | |
| コンパクト性と分離性 | 143 |
| Hausdorff, 正則および完全正則空間のコンパクト部分空間 | |
| コンパクト空間の積 | 145 |
| Tychonoff の積空間定理 | |
| 局所コンパクト空間 | 148 |
| 商 空 間 | 150 |
| コンパクトな要素を持つ上半連続分解 | |
| コンパクト化 | 151 |
| Alexandorff の一点コンパクト化と Stone-Čech のコンパクト化 | |
| Lebesgue の被覆補題 | 156 |
| 均等被覆 | |
| *パラコンパクト空間 | 158 |
| 問 題 | 164 |
| A コンパクト空間における実数値関数の問題 ; B コンパクト部分集合 ; C 順序位相に関するコンパクト性 ; D コンパクト距離空間の等長 ; E | |

可算コンパクト, 点列コンパクト空間; **F** コンパクト性, コンパクト連結集合の共通部分; **G** 局所コンパクトの問題; **H** ネストによるコンパクト性の特徴づけ; **I** 完全集積点; **J** 例: 辞書式順序を持つ正方形; **K** 正則性と積についての例(順序数); **L** 超越直線; **M** 例: Helly 空間; **N** 閉写像と局所コンパクト性の例; **O** Cantor 空間; **P** Stone-Čech コンパクト化の特性; **Q** コンパクト化の例(順序数); **R** Wallman コンパクト化; **S** ブール環; Stone の表現定理; **T** コンパクト連結空間(鎖についての考察); **U** 全体正規空間; **V** 点有限被覆とメタコンパクト空間; **W** 1の分解; **X** 半連続関数に対する介在定理; **Y** パラコンパクト空間

第6章 一様空間

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 一様系と一様位相..... | 180 |
| 近傍, 基と部分基 | |
| 一様連続性; 積一様系..... | 185 |
| 一様同型, 相対化, 積 | |
| 距離化定理..... | 188 |
| 距離化可能性の特徴づけ, 一様系のゲージ | |
| 完備性..... | 194 |
| Cauchy ネット, 関数の拡張 | |
| 完備化..... | 199 |
| 存在と一意性 | |
| コンパクト空間..... | 201 |
| 一様系の一意性, 全有界 | |
| 距離空間..... | 204 |
| Baire の定理, 第一および第二類の集合, 一様開写像 | |
| 問 題..... | 208 |
| A 閉関係の問題; B 二つの一様空間の積の問題; C 距離化可能でない離散位相を持つ一様空間; D ネストとなる基を持つ一様空間の問題; E 完備でない一様空間の例(順序数); F 全有界性に関する部分基定理; G ある外的一様系; H 一様近傍系; I エカールと距離; J 一様被覆系; K 位相完備空間; 距離化可能空間; L 位相完備空間; 一様化可能空間; M 離散部分空間; 可算コンパクト性; N 不変距離; O 位相群; 一様系 | |

と距離化；**P** 位相群のほとんど開部分集合；**Q** 位相群の完備化；**R** 連続準同型と開準同型；閉グラフ定理；**S** 総和可能性；**T** 一様局所コンパクト空間；**U** 一様有界定理；**V** ブール σ -環

第7章 関数空間

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 点ごとの収束 | 225 |
| 位相と一様系, コンパクト性 | |
| コンパクト開位相と接合連続性 | 229 |
| 接合連続位相の一意性, コンパクト開位相におけるコンパクト空間 | |
| 一様収束 | 233 |
| 集合の族における一様収束, 完備性 | |
| コンパクト一様収束 | 237 |
| 位相, 完備性, k -空間 | |
| コンパクト性と平等連続性 | 239 |
| Ascoli の定理 | |
| *均等連続性 | 242 |
| Ascoli の定理 (位相空間) | |
| 問 題 | 246 |
| A 点ごとと収束の位相に関する問題； B 関数の収束の問題； C 稠密部分集合における点ごとの収束； D 対角構成と点列コンパクト； E Dini の定理； F 誘導写像の連続性； G 一様平等連続性； H 一様系 $\mathcal{u} \mathcal{a}$ についての問題； I 評価の連続性； J k -空間の部分空間, 積および商； K 位相の k -拡張； L 均等連続性の特徴づけ； M 連続収束； N ノルム線型空間； O Tietze 拡張定理； P $C(X)$ の線型部分空間の稠密性についての補題； Q Banach 代数に対する平方根の補題； R Stone-Weierstrass の定理； S $C(X)$ の構造； T 群のコンパクト化；概周期関数 | |

附 録 集 合 論

| | |
|-------------------|-----|
| 類別のための公理図式 | 261 |
| 外延性の公理と類別のための公理図式 | |
| 類別のための公理図式 (続き) | 263 |

| | |
|-------------------------|-----|
| 類別のための公理図式の正式な記述 | |
| 類 の 代 数 | 264 |
| 集 合 の 存 在 | 266 |
| 部分集合公理, 和の公理, 順序づけられない対 | |
| 順 序 対 ; 関 係 | 268 |
| 関 数 | 270 |
| 置換の公理, 融合の公理 | |
| 整 列 順 序 | 272 |
| 順序保存関数の存在と一意性 | |
| 順 序 数 | 276 |
| 正則性の公理, 順序数の構成, 超元帰納法 | |
| 整 数 | 281 |
| 無限の公理, 整数に対する Peano の公理 | |
| 選 択 公 理 | 282 |
| 極 大 原 理 | |
| 濃 度 | 284 |
| 基本的性質, 有限集合, 濃度の積 | |
| 参 考 文 献 | 291 |
| 索 引 | 303 |