# 目　　次

## 幾何学の基礎をなす仮定について

研究の方針 …… 1
I. $n$ 重に拡がったものという概念 …… 2
II. 曲線はその位置に無関係な長さをもち，したがって任意の曲線は任意の曲線を用いて測ることができるという仮定のもとでの，$n$ 次元多様体に可能な量的関係 …… 5
III. 空間への応用 …… 12
概　要 …… 15

## 絶対微分学の方法とその応用

緒　言 …… 17

### 第 I 章　絶対微分学の計算法

§1. 点変換と関数系 …… 19
§2. 共変系と反変系．種々の例 …… 21
§3. 系の加法，乗法，そして合成．基本 2 次形式——逆系 …… 23
§4. ベクトル解析への応用 …… 26
§5. 基本形式による共変および反変微分．——ふつうの微分学の規則の保存 …… 28
§6. リーマンの系．——任意の共変系の第 2 次導系の間の関係 …… 32
§7. 絶対微分学において出会う方程式の不変性 …… 34

### 第 II 章　計算の道具としての固有幾何学

§1. 任意の空間における直交曲線叢の一般論 …… 35
§2. 固有微分とそれらの関係 …… 40

§3. 法曲線叢と測地曲線叢——曲面の等温族
——1つの与えられた曲線叢に対する標準系 …… 41
§4. 回転係数の性質とダルブー氏の動座標系の理論との関係 …… 48
§5. 基本形式に結びつけられた系の標準形 …… 49

## 第III章 解析的応用

§1. 微分の2次形式の分類 …… 52
§2. 絶対不変量——幾何学的注意——微分径数 …… 53

## 第IV章 幾何学的応用

§1. 2次元多様体の研究（曲面上の幾何学）：一般論——曲率——
曲線叢——曲線叢の束——束の不変量——ベルトラミの定理 …… 57
§2. ふつうの空間の曲面——展開可能性の理論の基本方程式——
注目すべき特殊な形式——ガウスとコダッチの公式の拡張 …… 60
§3. 与えられた性質をもつ曲面——2次曲面 …… 63
§4. 曲面論の $n$ 次元線形空間への拡張 …… 64
§5. 任意の多様体における変換群 …… 65
§6. 3次元多様体 $V_3$ に対する運動群の完全な研究——問題：
与えられた $V_3$ が運動群を許すかどうかを判別し，もし
運動群が存在すれば，それを決定することの解決 …… 67
§7. 上の結果とリーおよびビアンキ氏の研究との関係 …… 69

## 第V章 力学的応用

§1. 力学の方程式の第1積分——(通常および特殊化された)
線形積分 …… 71
§2. 力を受けていない系の2次積分——存在条件の固有形——
ステッケル氏の活力を導く特殊な仮定 …… 76
§3. その測地線が1つの2次積分をもつ曲面（リュービユの曲
面)——異なる積分の数によるこれらの曲面の分類 …… 78

§4.　力学の方程式の変形 …… 80

## 第VI章　物理学的応用

§1.　方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0$ を2変数に直し得る場合（2次ポテンシャル）……84
§2.　ベクトル場 …… 87
§3.　種々の例——電気力学，熱および弾性の理論の一般座標における方程式 …… 91

## 一般相対性理論の基礎

### A.　相対性理論の仮定に関する基本的考察

§1.　特殊相対性理論に関する注意 …… 98
§2.　相対性の仮定を拡張する必要がある理由 …… 99
§3.　時空連続体．自然の一般法則を表わす方程式に対する，一般共変性の仮定……101
§4.　4つの座標と時空の計量的性質との関係．重力場に対する解析的表現……105

### B.　方程式の一般共変性を表わすための数学的方法

§5.　反変および共変4ベクトル……108
§6.　2次および高次のテンソル……109
§7.　テンソルの乗法……112
§8.　基本テンソル $g_{\mu\nu}$ に関するいくつかの注意……115
§9.　測地線の（または点の運動の）方程式……119
§10.　微分によるテンソルの形成……121
§11.　非常に大切ないくつかの場合……125
§12.　リーマン・クリストッフェルのテンソル……129

## C. 重力場の理論

§13. 重力場における質点の運動方程式. 重力場の成分に対する式……131
§14. 質量のない場合の重力場の方程式……132
§15. 重力場に関するハミルトン関数. 運動量・エネルギー保存則……134
§16. 重力場の方程式の一般形……137
§17. 一般の場合における保存則……138
§18. 場の方程式からの結論としての, 運動量・エネルギーの法則……140

## D. 「物質」現象

§19. ——完全流体に対するオイラーの方程式……141
§20. ——真空中におけるマクスウェルの電磁場方程式……142

## E. 第1近似としてのニュートンの理論

§21. 第 1 近 似……146
§22. 静的重力場における物指と時計の振舞い. 光線の彎曲.
惑星軌道の近日点移動……149

## 重力場と電磁場の統一理論

§1. 4つの成分をもったベクトルと5つの成分をもったベクトル……157
§2. 絶対微分学……162
§3. 3添字記号 $\Gamma^{\kappa}_{j\lambda}$ の決定……164
§4. $V_4$ に関する最直線……167
§5. $V_5$ に関する曲率……168
§6. 場の方程式……172
§7. $V_5$ への特殊座標の導入……173
§8. 場の方程式と運動の法則……176

## 解　　説

（矢野　健太郎）

§1.　微分積分学発見以前……181
§2.　曲線の微分幾何学……184
§3.　曲面の微分幾何学……187
§4.　曲面上の幾何学……192
§5.　リーマン幾何学……194
§6.　絶対微分学……197
§7.　アインシュタインの相対性理論……207
§8.　レビ=チビタの平行性……210
§9.　ワイルとカルタン……215
§10.　統一場理論……220
§11.　最近の傾向……223

年　表……228
索　引……231