目　　次

第2版序

序(第1版)

第I編　常微分方程式

A　1階常微分方程式 …… 2

第1章　正規形の1階常微分方程式の解の存在および一意性 …… 2

§1　予備的考察 …… 2

§2　Cauchy の折線法による解の存在および一意性 …… 3

§3　積分定数，一般解および第1積分 …… 8

§4　解の延長 …… 9

第2章　1階常微分方程式(正規形)の初等解法 …… 11

§5　変数の分離，同次微分方程式 …… 11

§6　線形微分方程式 …… 15

§7　完全微分方程式，積分因子 …… 17

§8　Riccati 微分方程式(一般論) …… 20

§9　Riccati 微分方程式(狭義の) …… 21

第3章　1階常微分方程式(非正規形)の初等解法 …… 23

§10　特 異 解 …… 23

§11　特殊な形の非正規形方程式 …… 25

§12　Clairaut 微分方程式および d'Alembert 微分方程式 …… 26

§13　Legendre 変換 …… 27

第4章　近似解法(正規形の1階常微分方程式) …… 29

§14　パラメターを含む微分方程式(連続性) …… 30

§15 パラメターを含む微分方程式(微分可能性),
変化方程式 …… 31
§16 未定係数法による解の存在定理 …… 35
§17 正則解の延長(Painlevé の定理) …… 38
§18 逐次近似法 …… 39
§19 逐次近似法による存在諸定理の統一 …… 43
§20 線形微分方程式の解の存在範囲 …… 46

B 連立および n 階常微分方程式 …… 49

第1章 初等解法としての階数低下法 …… 50
§21 方程式 $f(x, y, y', \cdots, y^{(n)})=0$ が x または y を
陽に含まない場合 …… 51
§22 斉次性の利用 …… 52
§23 d'Alembert の階数低下法 …… 53
§24 積分因子 …… 54

第2章 n 階線形微分方程式の一般性質 …… 56
§25 基本解系, Wronski 行列式 …… 56
§26 Lagrange の定数変化法, Riemann 函数 …… 59
§27 定数係数線形微分方程式, Euler 微分方程式 …… 63
§28 Mikusiński の演算子法による定数係数線形微分
方程式の解法 …… 67
§29 随伴微分式 …… 76

第3章 連立線形微分方程式の一般性質 …… 78
§30 連立線形微分方程式の基本解系, 定数変化法 …… 79
§31 随伴微分方程式 …… 81
§32 定数係数連立線形微分方程式 …… 82

第4章 確定特異点, Fuchs の定理 …… 84
§33 確定特異点 …… 84
§34 Fuchs の定理 …… 86
§35 Gauss 微分方程式 …… 92

§36　Legendre 微分方程式 …… 94
§37　合流形 Gauss 微分方程式としての Bessel 微分方程式 …… 96

第5章　2階線形常微分方程式の境界値問題 …… 98

§38　境界値問題，交代定理 …… 98
§39　Sturm–Liouville の固有値問題 …… 102
§40　固有値，固有函数の性質 …… 103
§41　Prüfer の比較定理による固有値の存在証明 …… 104
§42　固有函数系の完全性 …… 109
§43　Fourier 式展開 …… 115
§44　収束定理 …… 116
§45　三角級数による Fourier 展開 …… 121
§46　Green 函数による積分方程式への転換 …… 122
§47　2階線形微分方程式の解の零点の分布 …… 124

第II編　偏微分方程式

A　1階偏微分方程式 …… 127

第1章　2独立変数の1階準線形偏微分方程式 …… 127

§48　Monge の方向場および特性曲線 …… 127
§49　特性曲線を利用しての初期値問題の解法 …… 129
§50　解 法 例 …… 135

第2章　2独立変数の1階偏微分方程式 …… 136

§51　Monge 錐および Monge 曲線 …… 136
§52　特性曲線，特性帯 …… 140
§53　特性帯を利用しての初期値問題の解法 …… 142

第3章　Lagrange–Charpit の解法(2独立変数) …… 148

§54　二つの1階偏微分方程式の同時可解性 …… 148
§55　Lagrange–Charpit の解法 …… 150
§56　完全解，一般解，特異解 …… 158

§57 完全解が容易に求まる場合 ……160
§58 Jacobi の括弧，包合関係 ……162

第4章 n 独立変数の1階偏微分方程式 ……164

§59 特性微分方程式，特性帯 ……164
§60 特性帯を利用しての初期値問題の解法 ……165
§61 完全積分可能条件 ……168
§62 Lagrange-Charpit の解法(再説) ……171
§63 Hamilton の正準方程式に対する Jacobi の解法 ……174

B 2階偏微分方程式(予備的考察) ……178

第1章 特性帯，特性曲線．双曲形，楕円形，放物形への分類 ……178

§64 分岐帯としての特性帯．特性微分方程式 ……178
§65 2階線形偏微分方程式の分類 ……183

第2章 初期値問題，境界値問題の例 ……187

§66 d'Alembert の波動公式 ……188
§67 決定領域，依存領域および影響領域 ……190
§68 特性初期値問題．解の決定条件 ……192
§69 Green の積分公式．Poisson 積分 ……195
§70 Paraf の一意性定理 ……200
§71 Neumann 問題 ……202
§72 Gevrey の一意性定理 ……206
§73 針金の円い輪に対する温度分布 ……209
§74 基 本 解 ……212

第3章 未定係数法による解の存在証明 (Cauchy-Kowalewsky の定理) ……214

§75 形式的冪級数解の計算 ……214
§76 形式的冪級数解が収束冪級数解であることの証明 …216
§77 Lewy による解をもたない偏微分方程式の例．Holmgren の一意性定理 ……221

C　2階線形偏微分方程式の特性多様体……225

§78　分岐多様体としての特性多様体 ……225

§79　特性射線，陪特性曲線，波面 ……230

D　2階線形双曲形偏微分方程式 ……234

§80　Picard の逐次近似法 ……234

§81　随伴偏微分式，Green の公式 ……237

§82　Riemann 函数 ……239

§83　3次元空間 R_3 における波動方程式，Kirchhoff の波動公式 ……244

§84　Huygens の小原理．変数低減法 ……248

§85　Duhamel の定数変化法．遅延ポテンシャル ……249

§86　輻射の条件 ……251

E　2階線形楕円形偏微分方程式 ……253

§87　Poisson 方程式 ……253

§88　積分方程式論による楕円形方程式の局所解の構成(Levi の方法) ……257

§89　パラメトリックスの利用．Green 函数 ……263

§90　変数分離法による Helmholtz 方程式の解法 ……269

§91　球 函 数 ……273

F　2階線形放物形偏微分方程式 ……278

§92　Green の公式 ……278

§93　Poisson の公式 ……280

§94　混合問題への鏡像の応用 ……282

補　遺 ……285

A　パラメトリックスの構成 ……285

§95　変分学からの準備 ……286

§96　放物形および楕円形偏微分方程式のパラメトリックスの作り方 ……290

B Holmgren の一意性定理の証明 ……295

§97 線形1階連立な解析的係数の偏微分方程式系に還元させての証明 ……295

参考書 ……299

索 引 ……303