



# 目 次

## 第1章 複 素 数

1. 複素数	1	5. 線積分	11
2. 複素数の点表示	2	6. 領域, Jordan 曲線	13
3. 複素数の四則の幾何学的作図	4	7. Riemann の球面	15
4. 曲線の長さ	7	8. 単一連結領域, 多重連結領域	20

## 第2章 正 則 関 数

1. 複素関数	22	3. 正則関数	28
2. 複素関数の微分係数	24	4. 等角写像	29

## 第3章 一 次 変 換

1. 一次変換	34	4. 一次変換の分類	43
2. 鏡像	37	5. 特別な一次変換	45
3. 一次変換の標準形	39	6. Riemann 球面の回転	53

## 第4章 Cauchy の基本定理

1. 複素積分	55	5. $\log z$ の定義	69
2. Cauchy の基本定理	61	6. 関数 $z^\alpha$ ( $\alpha$ は実数)	72
3. Cauchy の基本定理から 導かれる諸定理	65	7. 正則関数の積分表示	73
4. 不定積分	66	8. 正則関数の導関数	75
		9. Morera の定理	78

## 第5章 無 限 級 数

1. 数列の収束	81	4. 関数列の収束	88
2. 無限級数	83	5. 無限級数の一様収束	92
3. 絶対収束	85	6. 整級数	94

7. 整級数に関する諸定理	98
8. Abel の定理	101
9. $e^z$ の定義	104
10. 一般の累乗 $z^a$ ( $a=\alpha+\beta i$ , $\alpha, \beta$ は実数)	105
11. 正則関数の整級数表示	105

12. Weierstrass の二重級数 定理再論	109
13. Runge の定理	110
14. 無限乗積	116
15. 無限乗積の絶対収束	119
16. 無限乗積の一樣収束	122

## 第6章 最大値の原理

1. 最大値の原理	126
2. Liouville の定理	129
3. Hadamard の三円定理	131
4. Fejér および F. Riesz の定理	132
5. Schwarz の定理	135

6. Blaschke の定理	139
7. Carathéodory の定理	141
8. 角微分係数に関する Carathéodory の定理	143

## 第7章 Laurent 級数

1. Laurent 級数, Laurent 展開	152
2. 孤立特異点	155
3. 無限遠点における関数の挙動	159
4. 有理関数	160
5. 球面微分係数	163
6. 留数	164
7. 偏角の原理	167
8. Rouché の定理	171

9. Hurwitz の定理	173
10. Mittag-Leffler の定理	174
11. Weierstrass の定理	176
12. 有理型関数の部分分数展開	178
13. $\cot z$ の展開	179
14. $\sin z, \cos z$ の無限乗積展開	182
15. Bernoulli 数	183

## 第8章 解析接続と陰関数

1. 解析接続	185
2. Poincaré-Volterra の定理	189
3. 一価性の定理	189
4. Painlevé の定理	191
5. 任意の領域を存在領域とする 解析関数の存在	194
6. 収束円上の特異点	196
7. 整級数の超収束	197

8. 関数方程式の不変性	200
9. 二重級数	201
10. 陰関数の存在	203
11. 整級数の反転	207
12. 代数的特異点	209
13. 代数関数	211
14. Bloch の定理	214

## 第9章 調和関数

1. 調和関数	219	8. 調和関数の等角写像に 対する不変性	238
2. Green の公式	219	9. 調和接続	239
3. 共役調和関数の存在	223	10. Jensen-Nevanlinna の定理	241
4. Poisson 積分	224	11. 有界調和関数	243
5. Poisson 核の性質	225	12. 優調和関数, 劣調和関数	245
6. 最大値の原理	229		
7. Fatou の定理	230		

## 第10章 最大値の原理の拡張

1. Lindelöf の定理	249	諸定理	262
2. Phragmén-Lindelöf の定理	253	5. 関数 $h(\theta) = \overline{\lim} \frac{\log  f(re^{i\theta}) }{r^\rho}$	267
3. Lindelöf の定理	258	6. Landau および Fejér の定理	271
4. 有界関数の境界値に関する			

## 第11章 正規族

1. Ascoli-Arzelà の選出定理	276	5. Jentzsch の定理	284
2. Vitali の選出定理	278	6. 調和関数列	285
3. 正規族	279	7. Harnack の定理	288
4. Vitali の定理	282		

## 第12章 単葉関数

1. 単葉関数	290	6. 実係数の単葉関数	308
2. Bieberbach の面積定理	291	7. Landau の定理	309
3. Koebe の歪曲定理	295	8. Bieberbach の定理	312
4. 単葉関数の係数問題	299	9. Dieudonné の定理	314
5. 星状領域, 凸領域	301		

## 第 13 章 等 角 写 像

- |                             |                         |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1. 単一連結領域の写像 ……………318       | 7. Lindelöf の定理……………341 |
| 2. Riemann の写像定理……………319    | 8. 周における角の対応 ……………344   |
| 3. 単一連結領域の境界 ……………325       | 9. 鏡像の原理 ……………350       |
| 4. 補助定理 ……………328            | 10. 解析曲線に関する鏡像の原理 ……351 |
| 5. Carathéodory の定理……………333 | 11. 多重連結領域の写像 ……………353  |
| 6. Jordan 領域の写像……………336     |                         |

## 第 14 章 等角写像の応用

- |                               |                           |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1. F. および M. Riesz の定理…………360 | 3. Milloux の定理 ……………367   |
| 2. Cauchy の基本定理の拡張…………362     | 4. Ahlfors の歪曲定理 ……………373 |

## 第 15 章 Dirichlet 問題

- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| 1. Dirichlet 問題……………379          | 最大値原理 ……………408                            |
| 2. 優関数, 劣関数 ……………381             | 9. 導体ポテンシャル, 容量 ……………411                  |
| 3. Dirichlet 問題の解の存在…………383      | 10. 基本定理 ……………419                         |
| 4. Jordan 領域……………388             | 11. 超越直径, Tchebycheff の定数,<br>容量 ……………424 |
| 5. 定理 XV. 8 の拡張……………390          | 12. Evans の定理 ……………430                    |
| 6. Green 関数 ……………392             | 13. 調和関数の最大値の原理 ……………431                  |
| 7. 拡張された劣調和関数,<br>優調和関数 ……………399 | 14. 拡張された Green 関数……………434                |
| 8. 対数ポテンシャルの                     | 15. 一般化された Dirichlet 問題…………439            |

## 第 16 章 モーヅル関数と Picard の定理

- |                             |                         |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1. 関数 $\lambda(z)$ ……………442 | 6. Picard の定理 ……………465  |
| 2. 関数 $J(z)$ ……………451       | 7. 正規族に関する一定理 ……………468  |
| 3. Picard の小定理……………459      | 8. Julia の定理……………470    |
| 4. Landau の定理 ……………460      | 9. Lindelöf の定理……………474 |
| 5. Schottky の定理 ……………463    |                         |

## 第 17 章 整 関 数 論

1. 整関数の位数	477	4. Wiman の定理	489
2. Hadamard の定理	482	5. 調和測度の評価	490
3. Borel の定理	487	6. Wiman の定理の精密化	497

## 第 18 章 有理型関数論

1. 記号	503	定理	534
2. R. Nevanlinna の第一基本 定理	506	10. 不足度, 分岐指数	544
3. $T(r)$ の性質	509	11. Borel の定理	547
4. 有理型関数の位数	512	12. 等角写像に関する一つの歪曲 定理	548
5. 有界型関数	517	13. 有理型関数の逆関数	554
6. $H_p$ クラスの関数	523	14. Ahlfors の定理	555
7. Whittaker の定理	527	15. 整関数の漸近値	558
8. 補助定理と記号	532	16. Gross の定理	560
9. R. Nevanlinna の第二基本		17. Beurling の定理	562

索引	577
----	-----