

目 次

第 1 章 序 論

§ 1. 差分方程式	1
1.1 国民所得	1
1.2 循環公式	2
1.3 微分方程式の近似解法	2
§ 2. 差分微分方程式	3
2.1 景気循環論	3
2.2 物理的問題	5
2.3 人口問題	6

第 2 章 差分方程式

§ 3. 差分と和分	8
3.1 差分	8
3.2 和分	9
§ 4. 差分方程式系	11
4.1 差分方程式系	11
4.2 差分方程式系の初期値問題	13
§ 5. 主要解	15
5.1 Bernoulli 数と Bernoulli 多項式	15
5.2 Euler-Mclaurin の公式	18
5.3 主要解の定義	20
5.4 主要解の表示	22
5.5 漸近展開	25

第 3 章 線形差分方程式系

§ 6. 同次線形差分方程式系	27
6.1 初期値問題	27
6.2 基本行列	28
6.3 定数係数同次線形差分方程式系	34
6.4 初期関数に関する依存性	36
6.5 完全差分形	38
§ 7. 非同次線形差分方程式系	40
7.1 初期値問題	40
7.2 Green 関数	43
7.3 非同次定数係数線形差分方程式系	44
7.4 核関数	44

第 4 章 n 階線形差分方程式

§ 8. n 階同次線形差分方程式	46
8.1 初期値問題	46
8.2 定数係数 n 階同次線形差分方程式	49
8.3 階数降下法	51
8.4 随伴差分方程式	53
8.5 完全差分形	54
§ 9. n 階線形非同次差分方程式	56
9.1 解の表示	56
9.2 定数係数の場合	58
9.3 Green 関数	59

第 5 章 差分方程式の安定性

§ 10. 安定性の定義	63
§ 11. 安定性の定理 (Lyapunov 関数の応用)	65
§ 12. 摂動系の問題	70

第 6 章 離散変数の差分方程式

§ 13. 初期値問題	80
13.1 一般の初期値問題	80
13.2 線形差分方程式	81
§ 14. 比較定理	81
§ 15. パラメータに関する依存性	86
15.1 初期値に関する依存性	86
15.2 純パラメータに関する依存性	89
§ 16. 周期解	90
16.1 周期解をもつ条件	90
16.2 周期係数をもつ線形系	91
16.3 非同次線形系	93
16.4 パラメータを含む摂動系	98
§ 17. 安定性と有界性	101
17.1 安定性の定義	101
17.2 安定性の定理	102
17.3 有界性	109

第 7 章 関数微分方程式の初期値問題

§ 18. 初期値問題	114
18.1 関数微分方程式	114
18.2 初期値問題	116
§ 19. 存在定理	118
19.1 不動点定理	118
19.2 存在定理	121
19.3 解の接続	121
§ 20. Carathéodory の定理の拡張	122
§ 21. 最大解と最小解	125
§ 22. 逐次近似法	127

§ 23. 遅れ関数をもつ差分微分方程式	132
23.1 初期値問題	132
23.2 線形系	135
§ 24. 進み型差分微分方程式	139
24.1 初期値問題	139
24.2 中間値問題	144

第 8 章 関数微分方程式の解の一意性

§ 25. 関数微分不等式	147
§ 26. 一意性の定理	151
§ 27. パラメータへの依存性	153
27.1 関数微分不等式に対する評価	153
27.2 初期条件への依存性	155
27.3 純パラメータへの依存性	155
27.4 遅れに関する依存性	156

第 9 章 線形差分微分方程式

§ 28. 線形差分微分方程式	162
28.1 線形差分微分方程式の表現	162
28.2 解の存在と一意性	164
28.3 解の積分表示	167
§ 29. 方程式の一般形	168
29.1 方程式の表現	168
29.2 解の存在	169
§ 30. 解の表示	170
30.1 Laplace 変換の応用	170
30.2 核関数と積分表示	173
30.3 解の級数表示	176
§ 31. 随伴系と周期解	177
31.1 随伴方程式	177
31.2 周期解	179

31.3 Fourier 級数による表示	180
§ 32. 遅れ変数を含む線形偏微分方程式	181
32.1 解の表示	181
32.2 遅れ変数を含む2階線形偏微分方程式	184

第10章 関数微分方程式の安定性

§ 33. 安定性の定義	187
§ 34. 線形系の安定性	188
§ 35. V 関数を用いる方法	189
§ 36. 逆問題	195
§ 37. 方程式の形による直接法	201
37.1 摂動項をもつ方程式	201
37.2 有界性	204
§ 38. 小さいパラメータを含む系	209

付 録 I. 不動点定理

1. Brouwer の不動点定理	213
2. Schauder の不動点定理	215

II. 指数多項式の零点

1. 定数係数の場合	217
2. 多項式を係数にもつ場合	218

III. 遅れ変数を含む変分法

1. Euler の方程式	223
2. 等周問題	231

IV. 関数微分方程式 (Krasowskii-Razumikhim 型) についてのまとめ

1. 初期値問題	233
2. 安定性の問題	234

参 考 文 献	235
---------	-----

索 引