

目次

訳者のまえがき

| | |
|--|----|
| 序 | v |
| 第1章 超函数の定義と一般的性質 | 1 |
| 梗概 | 1 |
| §1 函数概念の1つの拡張: 測度すなわち質量の概念 | 2 |
| 記法(2) 測度(3) 台(6) 函数と測度(7) 開集 合に制限すること(9) | |
| §2 測度概念の拡張. 超函数 | 10 |
| 双極子(10) 空間(\mathcal{D})(11) 単位の分解(12) 位相 空間(\mathcal{D}')(13) 超函数(14) 超函数と測度(15) | |
| §3 局所化の原理. 超函数の台 | 16 |
| 或る開集合で0になる超函数(16) “寄せ集め”の原理 (17) 超函数の台(18) | |
| §4 正の超函数 | 19 |
| §5 種々の一般化 | 20 |
| ベクトル値超函数(20) 無限回可微分多様体における 超函数(21) | |
| 第2章 超函数の微分法 | 23 |
| 梗概 | 23 |
| §1 微係数の定義 | 24 |
| 正則な函数の微係数(24) 超函数の微係数(25) | |
| §2 微分演算の例. 1変数の場合($n=1$) | 26 |
| 不連続函数. Heavisideの函数 $Y(x)$ の逐次微係数(26) 区分的に正則な函数の逐次微係数(27) 擬函数. Hada- mardの有限部分(28) 重要な注意(30) 単項擬函数(32) | |

| | | |
|------------------------|---|----|
| § 3 | 微分法の例. 多変数の場合 | 33 |
| | 面上で不連続な函数 (33) 距離の函数 (34) 有理型 函数 (38) 双曲距離 (39) 多様体上の微分法 (41) | |
| § 4 | 超函数の原始超函数. 1変数の場合 | 42 |
| | 超函数の原始超函数 (42) 測度の原始超函数 (44) | |
| § 5 | 超函数の原始超函数. 多変数の場合 | 45 |
| | x_1 に独立な超函数 (45) 原始超函数を求めること (47) 函数を微係数とする超函数 (48) | |
| § 6 | 数箇の偏微係数が知られた超函数 | 50 |
| | 微係数が連続函数である超函数 (51) | |
| 第 3 章 超函数の位相空間, 超函数の構造 | | 54 |
| 梗 概 | | 54 |
| § 1 | 位相空間 (\mathcal{D}) | 55 |
| | (\mathcal{D}_K) の位相 (55) (\mathcal{D}) の位相 (56) (\mathcal{D}_K) の位相と (\mathcal{D}) の位相の間関係 (57) | |
| § 2 | (\mathcal{D}) における有界集合 | 59 |
| | 共役空間の位相 (59) (\mathcal{D}) における有界集合 (60) 有 界集合とコンパクト集合 (61) | |
| § 3 | 超函数の位相空間 (\mathcal{D}') | 62 |
| | (\mathcal{D}') における収束 (62) 位相の諸性質 (63) (\mathcal{D}') に おける有界集合とコンパクト集合: 回帰性 (65) 1つ の近似定理 (67) 1つの収束判定条件 (67) 収束は 局所的性質である (68) | |
| § 4 | 微分法の位相的定義 | 69 |
| | 1階微係数 (69) 任意階の微係数 (70) 単調函数 (71) | |
| § 5 | 連続線型演算としての微分法 | 72 |
| | 微分法の連続性 (72) 収束判定条件 (73) | |
| § 6 | 超函数の局所的構造 | 74 |
| | 超函数と, 連続函数の微係数 (74) 超函数の有界集合 (77) 超函数の収束列 (77) | |

| | | |
|-------|--|-----|
| § 7 | コンパクトな台をもつ超函数 | 79 |
| | φ が任意の台をもつときの $T(\varphi)$ の定義 (79) 空間 (\mathcal{E}) , (\mathcal{E}') (80) (\mathcal{E}) と (\mathcal{E}') の双対性 (81) コンパクトな台 をもつ超函数の構造 (82) | |
| § 8 | 超函数の大域的構造 | 87 |
| § 9 | 正則な台 | 89 |
| § 10 | 台が部分多様体に含まれる超函数の構造 | 91 |
| | 1 点を台とする超函数 (91) 台が R^n のベクトル部分 空間であるような超函数 (92) 無限回可微分多様体 V^n に正則的に嵌め込まれた無限回可微分部分多様体 U^h に載っている超函数 (93) | |
| 第 4 章 | 超函数のテンソル積 | 95 |
| | 梗概 | 95 |
| § 1 | パラメタに依存する積分 | 95 |
| | 問題の所在 (95) パラメタについての連続性 (96) 可微分性 (96) | |
| § 2 | 2 つの超函数のテンソル積 | 97 |
| § 3 | テンソル積の一意性, 存在, 計算 | 99 |
| | 1 つの近似定理, テンソル積の一意性 (99) テンソル 積の存在と計算 (100) | |
| § 4 | テンソル積の性質 | 101 |
| | 台 (101) 連続性 (101) 微分演算 (104) 1 つの近 似定理 (104) | |
| § 5 | 諸例 | 104 |
| | x_1 に独立な超函数 (104) 部分ベクトル空間で定義さ れた超函数の拡張 (106) Heaviside 函数と Dirac 測 度 (106) | |
| 第 5 章 | 超函数の乗法 | 107 |
| | 梗概 | 107 |
| § 1 | 超函数と無限回可微分函数の乗法積 | 107 |

| | | |
|-----|---|-----|
| | 任意の2つの超関数の積というものは定義できないこと (108) 定義 (108) | |
| § 2 | 乗法積の性質 | 109 |
| | 台, 階数 (109) 連続性 (110) 微分演算 (111) テンソル積と乗法積 (111) 数箇の超関数の積 (112) | |
| § 3 | 諸 例 | 112 |
| § 4 | 除法の問題. 1変数($n=1$)の場合 | 114 |
| | 問題の設定 (114) x による除法 (114) x^l による除法 (116) 1つの関数 H による除法 (117) | |
| § 5 | 多変数の場合の除法問題の概説 | 117 |
| § 6 | 常微分方程式と偏微分方程式への応用 | 119 |
| | 定義 (119) 常微分方程式 (121) 偏微分方程式の解の1性質 (123) Cauchyの問題 (124) 素解 (127) 素核 (129) 楕円型連立方程式の解の正則性 (133) | |
| 第6章 | 合成積 | 139 |
| | 梗 概 | 139 |
| § 1 | 普通の合成積の定義 | 140 |
| | 2つの関数の合成積 (140) 関数と測度との合成 (141) 2つの測度の合成 (142) | |
| § 2 | R^n 上の2つの超関数の合成積 | 143 |
| | 汎函数的定義. 2つの関数の場合 (143) 2つの超関数の場合 (144) 台についての制限 (144) 存在と計算 (145) | |
| § 3 | 合成積の性質 | 146 |
| | 台 (146) 連続性 (147) 合成積とテンソル積 (148) 結合律, 交換律 (149) 合成, 平行移動, 微分演算 (149) 合成, 平行移動の結合 (151) 微分演算と可換な演算 (152) 微分演算の多項式 (154) | |
| § 4 | 超関数の正則化 | 155 |
| | 定義 (155) 連続性 (157) スカラー積, 合成積のトレース (158) 公式 1, 2, 3 (159) | |

| | | |
|-----|---|-----|
| §5 | 台がコンパクトでない場合の合成積 | 160 |
| | 定義と諸性質 (160) 可換性, 結合律 (161) 結合律を 満たさない例 (162) 1変数 ($n=1$) の演算子法の諸演 算 (162) 応用: 非整数階の微分演算 (164) 多変数の 演算子法の諸演算 (167) | |
| §6 | 積分の研究への合成積の応用 | 171 |
| | 原始超函数を求めることへの応用 (171) 1階微係数が 測度であるような超函数 (171) Lipschitz 条件 (176) 高階微係数 (179) 提出される諸問題 (182) | |
| §7 | 超函数あるいは超函数族の正則性の研究への合成積の応用 | 183 |
| | 測度および有限階超函数の特徴づけ (183) 諸注意と 諸結果 (184) 超函数の有界集合 (185) 超函数の収 束列 (188) 応用: 定理 10 の改良 (188) 応用: 解析 函数の特徴づけ (189) | |
| §8 | 超函数の新空間 (\mathcal{D}'_{L^p}) | 191 |
| | 空間 (\mathcal{D}_{L^p}) (191) 超函数空間 (\mathcal{D}'_{L^p}) (191) (\mathcal{D}'_{L^p}) の 超函数の特徴づけ (193) 注意 (194) (\mathcal{B}) と (\mathcal{D}'_{L^1}) の 間の共役関係 (194) (\mathcal{D}'_{L^p}) における乗法と合成 (195) 有界超函数の別な定義, 拡張 (197) | |
| §9 | 概周期超函数 | 197 |
| | 定義 (197) 演算と性質 (198) 平均と合成 (199) Fourier 展開 (200) | |
| §10 | 偏微分方程式と積分方程式への応用 | 201 |
| | 合成方程式 (201) 合成方程式の解の一般性質 (202) 素解 (203) 素解の利用 (204) Newton ポテンシャ ル, Poisson 公式 (206) 楕円型連立斉次方程式の解の 解析性 (207) 特別な場合: 調和函数と正則解析函数 (208) 合成不等式, F. Riesz の分解式 (211) 優調 和函数への応用 (212) 注意と一般化 (213) | |
| 第7章 | Fourier 変換 | 215 |
| | 梗概 | 215 |
| §1 | Fourier 級数 | 216 |
| | トーラス上の超函数 (216) Fourier 級数 (217) 例 | |

| | | |
|-----|--|-----|
| | と応用, 1° 楕円関数の Fourier 級数 (219) 2° 定差方程式 (220) トーラス上の超関数と R^n 上の周期超関数 (221) | |
| § 2 | n 次元空間における普通の Fourier 変換 | 222 |
| | 普通の Fourier 変換 (222) 超関数の場合 (224) | |
| § 3 | R^n 上の急減少無限回可微分関数の空間 (\mathcal{D}) | 225 |
| | 空間 (\mathcal{D}) (225) 幾何学的解釈 (227) | |
| § 4 | 緩増加なあるいは緩い超関数の空間 (\mathcal{D}') | 229 |
| | (\mathcal{D}) の共役 (\mathcal{D}') (229) (\mathcal{D}') の幾何学的解釈 (230) 緩い超関数の, 増加による特徴づけ (230) 緩い正測度 (233) 1つの拡張定理 (234) | |
| § 5 | 緩い超関数の空間 (\mathcal{D}') における代数的演算 | 235 |
| | 緩増加な無限回可微分関数, 空間 (\mathcal{O}_M) (235) 急減少な超関数, 空間 (\mathcal{O}'_C) (236) 重要な注意 (236) (\mathcal{D}') における乗法 (238) (\mathcal{D}') における合成積 (238) | |
| § 6 | 緩い超関数の Fourier 変換 | 241 |
| | Fourier 変換と X^n および Y^n の自己同型対応 (244) | |
| § 7 | 諸 例 | 245 |
| | 例 1. (245) 例 2. Fourier 級数と Fourier 積分 (246) 例 3. 測度の Fourier 変換 (247) 例 4. (\mathcal{D}'_L) における Fourier 変換 (248) 例 5. 距離の関数 (249) 例 6. 有理型関数 (253) 例 7. Fourier 変換と Hermite 多項式 (253) 例 8. 双曲距離 (255) 例 9. 1つの, 逐次積分による計算 (258) | |
| § 8 | Fourier 変換の諸性質 | 260 |
| | テンソル積 (260) 乗法と合成 (260) 例 (262) スペクトルがコンパクトな超関数. 一般化した Paley-Wiener の定理 (264) | |
| § 9 | 正型の超関数 | 266 |
| | 関数 $\gg 0$ (266) 超関数 $\gg 0$ (267) 超関数 $\gg 0$ と測度 ≥ 0 (268) 超関数 $\gg 0$ についての演算 (270) 超関数 $\gg 0$ の構造 (272) 例 (273) | |

| | | |
|-------|---|-----|
| § 10 | 偏微分方程式と積分方程式とへの応用 | 274 |
| | 合成方程式の Fourier 変換 (274) 齊次合成方程式 (274) 素解を求めること (278) 例 1. 楕円型方程式 (279) 例 2. 高階 Laplace 方程式 (280) 例 3. 高階の熱の方程式 (281) 例 4. 双曲型方程式 (282) 例 5. 積分方程式 (283) 例 6. (284) 例 7. Fredholm の定理 (285) 任意の緩い右辺をもった方程式を解くこと (288) 例 1. (288) 例 2. (288) 除法問題の解決からの結果 (290) | |
| 第 8 章 | Laplace 変換 | 291 |
| | 梗概 | 291 |
| § 1 | 超関数と指数函数の積 | 291 |
| § 2 | E^n の空でない凸集合 Γ に関する超関数空間 $\mathcal{D}'_x(\Gamma)$ | 295 |
| § 3 | $\mathcal{D}'_x(\Gamma)$ 上の Laplace 変換 | 296 |
| | 諸注意 (298) | |
| § 4 | Laplace 変換に基づく超関数の台の考察 | 299 |
| 第 9 章 | 多様体上のカレント | 303 |
| | 梗概 | 303 |
| § 1 | 無限回可微分多様体上の偶形式と奇形式 | 303 |
| | 偶または常形式 (303) 奇形式または振形式 (306) 向きづけられた多様体上の偶形式と奇形式 (307) 形式の外積 (308) R^n 上の形式 (309) 形式の逆像 (310) C^∞ 級形式のコホモロジー (311) | |
| § 2 | 多様体上の偶および奇カレント | 312 |
| | カレント (312) 例 (313) カレント ≥ 0 (325) 向きづけられた多様体上の偶および奇カレント (326) カレントと超関数 (326) ベクトルをファイバーとするファイバー空間の超関数断面 (327) | |
| § 3 | カレントに対する基本的な演算 | 329 |
| | 第 1 の演算: C^∞ 級形式とカレントとの外積 (329) 第 2 の演算: C^∞ 級多重ベクトル場による内積 (330) 第 | |

| | | | |
|-----------------------|-----------------------------------|------------------------------|---|
| 3の演算: カレントの双対境界 (331) | 境界のある多様体 V 上でのカレントの双対境界 (337) | 第4の演算: 無限小変換によるカレントの微分 (338) | コホモロジー論の de Rham の定理 (340) |
| §4 | C^∞ 写像によるカレントの順像 |348 | |
| | 向きづけられた多様体の場合 (356) | 微分同相写像の場合. 構造の転写 (357) | |
| §5 | 変数変換. カレントの逆像 |359 | |
| | 変数変換 (359) | 無限回可微分奇形式の順像 (360) | 偶カレントの逆像 (361) |
| | 逆像の基本的性質: 推移性, 台, 乗法積, 双対境界 (362) | H が局所微分同相写像の場合 (364) | U^m から V^m への階数 n の写像の場合におけるカレントの逆像 (375) |
| | 応用と例 (376) | | |
| 文 献 |385 | | |
| 訳者のあとがき |399 | | |
| 索 引(術語索引, 記号索引) |405 | | |

