



# 目 次

1. ベクトル空間と線形写像 .....	1
1.1 序 .....	1
1.2 線形写像 .....	2
1.3 共役空間, 転置写像 .....	6
1.4 クラメールの定理 .....	9
1.5 線形写像に対する 2, 3 の注意 .....	13
1.6 対角化可能行列 .....	21
1.7 一般化された固有ベクトル .....	24
1.8 ベクトル空間 .....	33
1.9 内積, 直交性 .....	35
1.10 シュミットの直交法, 正射影 .....	39
1.11 エルミート写像 .....	42
1.12 エルミート写像の対角化可能性 .....	48
1.13 3角化可能性 .....	51
演習問題 1 .....	54
2. ヒルベルト空間と線形作用素 .....	61
2.1 線形作用素 .....	61
2.2 ヒルベルト空間 .....	63
2.3 リースの定理 .....	69
2.4 絶対連続関数 .....	74
2.5 超関数の意味の導関数 .....	77
2.6 ヒルベルト空間の例 .....	80
2.7 超関数の定義 .....	82
2.8 共役作用素 (I) .....	86
2.9 共役作用素 (II) .....	88

2.10	函数空間 $H^1(I)$ .....	91
2.11	弱位相 .....	94
	演習問題 2 .....	98
3.	対称完全連続作用素 .....	101
3.1	コンパクト集合 .....	101
3.2	完全連続作用素 .....	105
3.3	完全連続作用素の例 (I) .....	108
3.4	完全連続作用素の例 (II) .....	111
3.5	変分法 (I) .....	113
3.6	ヒルベルト・シュミットの展開定理 .....	116
3.7	逆作用素に対する展開定理 .....	118
3.8	固有函数系の完全性 .....	122
3.9	変分法 (II) .....	129
3.10	一般展開定理 .....	133
3.11	フレドホルムの交代定理 .....	136
	演習問題 3 .....	139
4.	一般完全連続作用素 .....	142
4.1	序 .....	142
4.2	レゾルベント方程式 .....	145
4.3	フレドホルムの第1定理 .....	151
4.4	$D(\lambda)$ の性質 .....	155
4.5	積分核 $K(x, y)$ に対する仮定 .....	157
4.6	フレドホルムの第2定理 .....	159
4.7	フレドホルムの第3定理 .....	163
4.8	一般化された固有函数 .....	168
4.9	積分核の作用素分解 .....	172
	演習問題 4 .....	175

5. 種々の結果.....	179
5.1 直交多項式系 (I).....	179
5.2 直交多項式系 (II).....	182
5.3 球面調和函数の定義 .....	186
5.4 球面調和函数の性質 .....	191
5.5 シュミット型作用素 .....	192
5.6 核型作用素 .....	195
5.7 核型作用素の性質 .....	197
5.8 ラレスコの結果 .....	198
5.9 固有値の最大-最小性質 (I) .....	200
5.10 固有値の最大-最小性質 (II) .....	204
5.11 マーサーの定理 .....	208
演習問題 5 .....	212
6. 補 足.....	214
6.1 2次元球面における球面調和函数.....	214
6.2 クーロン場における最も簡単なシュレディンガー作用素.....	220
6.3 ラゲール多項式.....	224
6.4 合流型超幾何函数の漸近展開 .....	228
6.5 ベッセル方程式の解の漸近形 .....	237
演習問題略解 .....	244
あ と が き .....	249
索 引 .....	251