



# 目 次

## はしがき

第1章 序 論 .....	1
1 函 数.....	1
2 連続函数の積分.....	4
3 収束列, 一様収束列 .....	6
4 有界変動函数 .....	10
5 曲線の長さ .....	15
6 Stieltjes 積分 .....	18
7 集合に関する記号 .....	20
問 題 .....	22
 第2章 Riemann 積分 .....	26
1 Riemann 積分の定義, 積分可能条件 .....	26
2 Riemann 積分の性質 .....	31
3 積分可能函数の性質 .....	35
4 Lebesgue による積分可能函数の特徴づけ .....	39
5 異常積分 .....	44
6 有界変動函数の分解 .....	46
問 題 .....	48
 第3章 Lebesgue 積分( I ) .....	53
1 可測函数 .....	53
2 測度的収束, 測度的極限 .....	57

3 可測函数列の基本的性質 .....	65
4 有界可測函数の積分 .....	70
5 可測集合 .....	75
6 可測集合の特徴づけ .....	78
7 可測函数についての再考 .....	86
8 Egoroff の定理 .....	89
9 Lebesgue による積分の定義 .....	92
問 題 .....	93
 第 4 章 Lebesgue 積分(II) .....	97
1 序 .....	97
2 可測集合上での積分 .....	98
3 函数が有界でない場合の積分 .....	100
4 一般の場合の積分 .....	104
5 Lebesgue の定理 .....	110
6 Beppo Levi の定理 .....	118
7 Fatou の補題, $L^1(E)$ の完備性 .....	121
8 Fubini の定理 .....	125
9 積分記号下での微分 .....	133
10 Green の定理 .....	140
11 積分変数の変換 .....	147
問 題 .....	149
 第 5 章 導函数に関する Lebesgue の理論 .....	154
1 導函数, 導来数 .....	154
2 単調函数に対応する集合函数 .....	157
3 絶対連続性 .....	160
4 Vitali の被覆定理 .....	161

目	次	xi
5 基本補題 .....	164	
6 Lebesgue の定理 .....	166	
7 積分変数の変換, 曲線の長さ .....	172	
8 Lebesgue-Stieltjes 積分 .....	179	
問 題 .....	188	
 第6章 Hilbert 空間ににおける固有函数展開 .....	191	
1 $L^2(\Omega)$ の完備性 .....	191	
2 $L^2(\Omega)$ における完全正規直交系 .....	196	
3 等周問題 .....	202	
4 Hilbert-Schmidt 型の積分核 .....	204	
5 有界作用素 .....	214	
問 題 .....	215	
 附 錄 .....	217	
1 序 .....	217	
2 正値連続汎函数の拡張, 外測度 .....	222	
3 可測函数, 積分 .....	228	
4 Hellinger 積分 .....	233	
5 Borel 測度と Radon 測度 .....	239	
問 題 .....	246	
 略 解 .....	251	
あとがき .....	261	
索 引 .....	263	