下 巻 目 次

第四部 定数係数線型微分方程式の一般論概説

I 斉次方程式

p.
§ 1 前置き・・・・・・・・・・・・・・251
§ 2 特性方程式・・・・・・・・・・・251
§ 3 指数函数について・・・・・・・252
§ 4 対数・・・・・・・・・・・・・・・253
§ 5 特性方程式の重複根・・・・・・254
§ 6 一般解・・・・・・・・・・・・・255
§ 7 解の一意性定理・・・・・・・・257
§ 8 対数型方程式・・・・・・・・・260
§ 9 線型微分表示式・・・・・・・・261
§ 10 線型微分表示式間の演算・・・262
§ 11 線型微分表示式の特性多項式・262
§ 12 純粋型方程式・・・・・・・・263
§ 13 混合型方程式・・・・・・・・263
§ 14 与えられた初期条件，境界条件等に解を適合させること・・・・264

II 非斉次方程式

§ 15 非斉次方程式の一般解・・・・267
§ 16 右辺が多項式の場合・・・・・268
§ 17 右辺が指数函数の場合・・・・269
§ 18 右辺が多項式と指数函数の積である場合・・・・・・・・・・・・270
§ 19 右辺が二つの函数の一次結合である場合・・・・・・・・・・・・271
§ 20 右辺が三角函数の場合・・・・271
§ 21 解を付加条件に適合させること・273

III 偏微分方程式への応用

§ 22 偏微分方程式を演算子方程式に帰着させること・・・・・・・・・275
§ 23 付加条件についての注意 281
§ 24 正しくない解・・・・・・・・ 281
§ 25 見かけ上の矛盾の説明・・・・283
§ 26 Cauchy の条件と一般条件との同値性の問題・・・・・・・・・285
§ 27 限定的な方程式をとくこと・・287
§ 28 偏微分方程式と演算子方程式の同値性の問題・・・・・・・・・・289
§ 29 偏微分方程式の解の諸例・・・290
§ 30 偏微分方程式を演算子法で解くときの一般的注意・・・・・・・293
§ 31 混合問題・・・・・・・・・・・296

第五部 積 分 演 算 子 法

I 演算子値函数の積分とその応用

§ 1 クラス ($\mathcal{K}$) の演算子値函数・・304
§ 2 積分の定義・・・・・・・・・・・305

§ 3 積分の性質 · · · · · · · · · · · 306
§ 4 二変数の演算子値函数 · · · · · 308
§ 5 函数の切断 · · · · · · · · · · · 310
§ 6 対数型微分方程式のある特解の積分形 · · · · · · · · · · · · · · 312
§ 7 振動する弦の方程式への応用 · · 314
§ 8 無限級数と定積分の応用 · · · · 318

II 積 分 変 換

§ 9 Laplace 変換 · · · · · · · · · 321
§ 10 演算子法の基礎としての Laplace 変換 · · · · · · · · · · · · · 321
§ 11 直接的方法と Laplace 変換法との比較 · · · · · · · · · · · · · 323
§ 12 他の関連した方法 · · · · · · 324

第六部 付 録

I 演算子の抽象代数学的定義

(第一部 I 章への補足)

§ 1 可換環 · · · · · · · · · · · · · 325
§ 2 商体 · · · · · · · · · · · · · · 326
§ 3 演算子 · · · · · · · · · · · · · 327

II 局所的に可積分な函数

(第一部 VII 章への補足)

§ 1 可積分函数の合成積 · · · · · · 329
§ 2 上に述べた合成積の性質 · · · · 329
§ 3 演算子としての局所的に可積分な函数 · · · · · · · · · · · · · · 330
§ 4 クラス $\mathcal{K}$ の函数 · · · · · · · 330
§ 5 絶対連続函数 · · · · · · · · · · 332
§ 6 局所的に可積分な函数の作る環 · 333

III 超 函 数

(第一部 VII 章への補足)

§ 1 序論 · · · · · · · · · · · · · · 334
§ 2 超函数的演算子 · · · · · · · · · 334
§ 3 超函数 · · · · · · · · · · · · · 335
§ 4 超函数の微分 · · · · · · · · · · 337
§ 5 上述の理論と他の超函数論との同値性 · · · · · · · · · · · · · · 338
§ 6 超函数列 · · · · · · · · · · · · 339
§ 7 演算子と超函数 · · · · · · · · · 340

IV 収束性が定義されている抽象空間

(第二部 I 章への補足)

§ 1 一様収束と広義一様収束 · · · · 342
§ 2 抽象空間での収束性の拡張 · · · 343
§ 3 演算子法への応用 · · · · · · · 344
§ 4 収束の反復拡張 · · · · · · · · 345
§ 5 バナッハ (Banach) 空間としての連続有界函数の集合 · · · · · · 346

§ 6 Banach 空間の半順序集合としての演算子の集合 · · · · · · · · 347
§ 7 演算子全体の集合は Banach 空間ではない · · · · · · · · · · · · 347
§ 8 別の注意 · · · · · · · · · · · 349
§ 9 正則な演算 · · · · · · · · · · 350
§ 10 演算子値函数の極限，導函数および積分 · · · · · · · · · · · 351

V 演算子のべき級数

(第二部 I 章への補足)

§ 1 可積分函数のべき級数 · · · · · 355
§ 2 さらに一般な場合 · · · · · · · 356
§ 3 ある特殊なべき級数 · · · · · · 358

VI ラ プ ラ ス 変 換

(第五部 II 章への補足)

§ 1 ラプラス変換の基本的性質 · · · 363
§ 2 複素反転公式 · · · · · · · · · 364
§ 3 ポスト (Post) の反転公式 · · · 366
§ 4 合成積の Laplace 変換 · · · · 368
§ 5 有限 Laplace 変換 · · · · · · 369

VII ヂリクレ級数の一クラス

(第一部 II 章への補足)

§ 1 序論 · · · · · · · · · · · · · · 370
§ 2 ハーシュマン・ウィッダー (Hirschman-Widder) 函数 · · 371
§ 3 平行移動した Hirschman-Widder 函数の列 · · · · · · · · · · · · 371
§ 4 与えられた指数列によって生成される整函数 · · · · · · · · · · 372
§ 5 一般化された Euler のガンマ函数 · · · · · · · · · · · · · · 375
§ 6 一般化された Phragmén の不連続因子 · · · · · · · · · · · · · ·377
§ 7 有界モーメントに関する定理 · · 379
§ 8 合成積に関する Titchmarsh の定理 · · · · · · · · · · · · · · · 381

VIII 指数函数 $\exp(-\lambda s)$

(第四部 I 章への補足)

§ 1 序論 · · · · · · · · · · · · · 383
§ 2 $\alpha<0$ の場合 · · · · · · · · 383
§ 3 $\alpha=0$ の場合 · · · · · · · · · 384
§ 4 $0<\alpha<1$ の場合 · · · · · · · 384
§ 5 Taylor 級数展開 · · · · · · · 388
§ 6 函数 $U_\alpha(t)$ · · · · · · · · · · 390
§ 7 $U_\alpha(t)$ の実数式 · · · · · · · · 391
§ 8 実軸上の $U_\alpha(t)$ の性質 · · · · 392
§ 9 $\alpha>1$ かつ λ が実数の場合 · · 393
§ 10 演算子の実部と虚部 · · · · · 395
§ 11 $\alpha>1$ かつ λ が複素数（ただし純虚数ではない）の場合 · · · 396
§ 12 $\alpha\geqq 1$ かつ λ が純虚数の場合 · 397
§ 13 $\alpha=1$ の場合 · · · · · · · · · 399
§ 14 存在範囲の表 · · · · · · · · · 399

IX 演算子係数線型微分方程式の一般論

(第四部 I, II 章への補足)

§ 1 記号 · · · · · · · · · · · · · · 400
§ 2 解の空間 · · · · · · · · · · · · 400
§ 3 一次独立な解 · · · · · · · · · · 401
§ 4 ある解の集合 · · · · · · · · · · 402
§ 5 二つの方程式の共通解 · · · · · 402
§ 6 既約多項式のべき · · · · · · · · 403
§ 7 演算子多項式の因数分解 · · · · 404
§ 8 対数型方程式 · · · · · · · · · 407
§ 9 純粋型方程式 · · · · · · · · · 408
§ 10 混合型方程式 · · · · · · · · · 409
§ 11 非斉次対数型方程式 · · · · · 409
§ 12 非斉次純粋型方程式 · · · · · 410
§ 13 非斉次混合型方程式 · · · · · 412

X 演算子多項式のあるクラス

(第四部 I 章への補足)

§ 1 序論 · · · · · · · · · · · · · · 413
§ 2 有理的因数分解 · · · · · · · · 413
§ 3 無理的因数分解 · · · · · · · · 414
§ 4 一般的方法 · · · · · · · · · · · 417
§ 5 一般的方法 (続き) · · · · · · 419
§ 6 諸注意 · · · · · · · · · · · · · 421

XI 微分方程式のあるクラス

(第四部 I 章への補足)

§ 1 一次独立な解の個数 · · · · · · 423
§ 2 指数函数に関する一定理 · · · · 425
§ 3 解の決定 · · · · · · · · · · · · 427

XII 偏微分方程式の斉次問題

(第四部 III 章への補足)

§ 1 問題の導入 · · · · · · · · · · · 429
§ 2 第一補題 · · · · · · · · · · · · 430
§ 3 第二補題 · · · · · · · · · · · · 432
§ 4 例題 · · · · · · · · · · · · · · 434

XIII 合成積に関する Titchmarsh の定理の簡単な証明

(第一部 II 章への補足)

§ 1 前置き · · · · · · · · · · · · · 438
§ 2 補題 · · · · · · · · · · · · · · 438
§ 3 定理の証明 · · · · · · · · · · · 439
§ 4 注意 · · · · · · · · · · · · · · 440

第七部 公式と数表

I 特殊函数

1. Euler のガンマ函数 · · · · · · 441
2. 誤差函数 · · · · · · · · · · · · 441
3. Bessel 函数 · · · · · · · · · · · 441

II 演算子法の諸公式 · · · · · · · · · · · · · 441

III 電気工学への応用

1. 回路の方程式 · · · · · · · · · · 446
2. 定常電流 · · · · · · · · · · · · 446
3. 簡単な四端子回路網とその行列の表 · · · · · · · · · · · · · · 447

IV 函　数　表

1. Euler のガンマ函数 $\Gamma(\lambda)$ · · · 448
2. 誤差函数 erf λ · · · · · · · · · · 448
3. Bessel 函数 $J_0(\lambda)$ · · · · · · · · 449
4. Bessel 函数 $J_1(\lambda)$ · · · · · · · · 449
5. 函数 $J_0(i\lambda)$ と $-iJ_1(i\lambda)$ · · · · 450

問 題 の 解 答 · 451

文 献 表 · 470

追 加 文 献 表 · 473

索 引 · 475