

目 次

第 I 部 位相空間

1 章 集 合

1. 基本用語	3
2. 可算無限集合	7
3. Zorn の補題	10

2 章 位 相 空 間

1. 開集合と閉集合	19
2. 連結集合	28
3. コンパクト空間	32
4. 連続関数による分離	41
練習問題	44

3 章 コンパクト集合上の連続関数

1. Stone-Weierstrass の定理	51
2. 連続関数のイデアル	55
練習問題	57

第 II 部 Banach 空間とその上の微分法

4 章 Banach 空間

1. 定義と Hahn-Banach の定理	65
2. Banach 環	70

3. 線形拡張定理	76
4. ノルム空間の完備化	78
5. 作用素を伴う空間	81
補遺：凸集合	
1. Krein-Milman の定理	84
2. Mazur の定理	89
練習問題	91

5 章 微 分 法

1. 1 変数関数の積分	99
2. 線形写像としての微係数	100
3. 微係数の性質	102
4. 平均値定理	107
5. 2 次微係数	109
6. 高次微係数と Taylor の公式	112
7. 偏微係数	118
8. 積分記号下での微分	121
9. 関数列の微分	122
練習問題	123

6 章 逆写像と微分方程式

1. 逆写像定理	127
2. 陰関数定理	131
3. 微分方程式に対する存在定理	132
4. 初期条件に関する局所依存性	137
5. 流れの大域的滑らかさ	141
練習問題	144

第 III 部 関数解析

7 章 Hilbert 空間

1. エルミート形式	155
------------	-----

2. 汎関数と作用素	163
3. コンパクトエルミート作用素に対するスペクトル定理	169
4. エルミート作用素に対するスペクトル定理	171
5. 正射影	176
6. Schur の補題	178
7. Morse-Palais の補題	180
8. 作用素の射影関数	183
9. 非有界自己共役作用素	187
練習問題	194

8 章 開写像定理, 因子空間, 双対性

1. 開写像定理	199
2. 直交性	203
3. 開写像定理の応用	207

9 章 コンパクト作用素と Fredholm 作用素

1. コンパクト作用素	211
2. Fredholm 作用素とインデックス	213
3. コンパクト作用素に対するスペクトル定理	222
4. Ascoli の定理	228
5. 積分方程式への応用	229
練習問題	231

第 IV 部 測度空間における積分

10 章 一般の積分

1. 測度空間, 可測写像, 正值測度	238
2. 階段写像の積分	252
3. L^1 -完備化	254
4. 積分の性質 (その 1)	260
5. 積分の性質 (その 2)	263
6. 近似	273

7. 集合環から σ -環への正值測度の拡張	278
8. 直積測度と直積空間上の積分	283
9. \mathbf{R}^p における Lebesgue 積分	290
練習問題	296

11 章 双対性と表現定理

1. Hilbert 空間 $L^2(\mu)$	303
2. $L^1(\mu)$ と $L^\infty(\mu)$ との双対性	306
3. ベクトル値測度	316
4. L^p 空間 ($1 < p < \infty$)	328
練習問題	333

第 V 部 局所コンパクトおよび Euclid 空間上の積分

12 章 局所コンパクト空間上の積分と測度

1. $C_c(X)$ 上の正值汎関数および有界汎関数	341
2. 積分としての正值汎関数	344
3. 正則な正值測度	355
4. 積分としての有界汎関数	357
5. 測度と積分の局所化	359
6. 局所コンパクト空間上の直積測度	362
7. スペクトル測度	364
8. レゾルベント公式	366
練習問題	368

13 章 局所コンパクト群上の積分

1. 位相群	371
2. Haar 積分, 一意性	375
3. Haar 積分の存在	382
4. 因子群および等質空間上の測度	385
練習問題	388

14 章 Fourier 積分と合成積

- 1. Schwartz 空間 391
- 2. Fourier 反転公式 396
- 3. Poisson の和の公式 398
- 4. 合成積と \mathcal{L}^p における正則化 399

15 章 超関数

- 1. 定義と例 405
- 2. 台と局所化 408
- 3. 超関数の微分 412
- 4. 離散的な台をもつ超関数 414

第 VI 部 大域解析学

16 章 微分形式の局所積分

- 1. 測度ゼロの集合 421
- 2. 変数変換の公式 423
- 3. 微分形式 431
- 4. 微分形式の逆像 436
- 付 録 440

17 章 多様体

- 1. 局所図, 局所図集, 射 447
- 2. 部分多様体 452
- 3. 接空間 457
- 4. 単位の分解 460
- 5. 境界のある多様体 463
- 6. ベクトル場および大域的微分方程式 468

18 章 多様体上の積分と測度

- 1. 多様体上の微分形式 471

2. 多様体の向きづけ	475
3. 微分形式に伴う測度	477
4. 直方単体に対する Stokes の定理	479
5. 多様体上での Stokes の定理	481
6. 特異点を伴う Stokes の定理	484
参考文献	493
索引	495
欧文索引	501

