

目 次

0.	本書の内容について	1
0.1	膜の振動	1
0.2	正方形膜	3
0.3	円形膜	5
1.	微分方程式の級数解	9
1.1	微分方程式の正則点と特異点	9
1.2	正則点のまわりの級数解	10
1.3	確定特異点のまわりの級数解	13
	第1章の問題	21
2.	直交関数系による展開	23
2.1	内積と直交	23
2.2	L_2 ノルムと正規化	24
2.3	シュワルツの不等式	24
2.4	極性直交	25
2.5	直交関数系	26
2.6	シュミットの直交化法	27
2.7	関数間の距離と最小二乗近似	28
2.8	完備と平均収束	32
2.9	C ノルムとミニマックス近似	34
	第2章の問題	35
3.	ガンマ関数とベータ関数	37
3.1	ガンマ関数の定義と漸化式	37
3.2	ガウスの無限乗積表示	38
3.3	ワイエルシュトラスの無限乗積表示	39
3.4	Γ 関数の基本的な公式	41
3.5	ベータ関数の定義とその色々な表現	44
3.6	B 関数の基本的な性質	45
3.7	応用例	47

第3章の問題	50
4. 球関数	52
4.1 ルジャンドルの多項式	52
4.2 第2種のルジャンドル関数	66
4.3 ルジャンドルの陪関数	69
4.4 球面調和関数	75
4.5 応用例	79
第4章の問題	85
5. チェビシエフの多項式	90
5.1 ミニマックス近似	90
5.2 チェビシエフの多項式の定義と具体形	93
5.3 チェビシエフの多項式の基本的性質	96
5.4 チェビシエフ展開	102
5.5 チェビシエフ展開の数値計算への応用	105
5.6 チェビシエフ関数	108
第5章の問題	109
6. ベッセル関数	111
6.1 ベッセルの微分方程式とその基本解	111
6.2 整数次のベッセル関数	114
6.3 整数次のノイマン関数	119
6.4 円柱関数の基本的な性質	122
6.5 ベッセル関数 $J_\nu(x)$ の零点	126
6.6 ベッセル関数による展開	129
6.7 球ベッセル関数と変形ベッセル関数	135
6.8 応用例	141
第6章の問題	146
7. ソニンの多項式とエルミートの多項式	149
7.1 半無限区間 $[0, \infty)$ における直交多項式	149
7.2 無限区間 $(-\infty, \infty)$ における直交多項式 (エルミートの多項式)	158
7.3 応用例	168
第7章の問題	173

8. マチウ関数

177

8.1	楕円座標とマチウ方程式	177
8.2	マチウ関数	179
8.3	整数次のマチウ関数	185
8.4	整数次マチウ関数と固有値の具体例	187
8.5	周期解があるときのマチウ方程式の第2の解	191
8.6	マチウ方程式の解の安定性	193
8.7	変形マチウ関数	194
8.8	応用例	195
	第8章の問題	201

付 録

204

A.1	直交曲線座標におけるラプラス演算子	204
A.2	波動方程式の解の一意性	207
A.3	直交多項式の統一的取扱い	210

参 考 書

217

問及び問題の解答

218

索 引

242