

目 次

第 1 章 序 論

1.1	解析学の基本事項	1
	上(下)限, 優(劣)極限, 点集合論の基本概念, 一様連続と一様収斂, 無限級数の微分と積分	
1.2	三変数函数	9
	三重級数, 三変数解析函数, ルベークの定理, ワイヤストラスの定理	
1.3	仮性積分に関する諸定理	15
	仮性(体積, 曲面)積分, 多重積分の連続性, 積分記号内での微分と積分	
1.4	ポテンシャル論における基本公式	24
	ガウスの公式, グリーンの公式, ストークスの公式	
1.5	ベクトル	27
	ベクトルの場とスカラーの場, フラックス, 発散, 勾配, 回転, ポテンシャル	

第 2 章 ポテンシャル

2.1	体積分布のポテンシャル	32
	物体外における諸性質, ラプラスの微分方程式, 物体内における諸性質, ポアソンの微分方程式, 一様な密度をもつ球のポテンシャル	
2.2	曲面分布のポテンシャル	40
	一重層ポテンシャル, 二重層ポテンシャル, ポテンシャルの実例	
2.3	二重層ポテンシャルの曲面上における状態	48
	条件 (H) のもとで曲面上有限値をとること, 曲面上における不連続性	

2.4	一重層ポテンシャルの曲面上における状態	54
	法線微分の不連続性, ヘルダーの条件, 一次偏導函数が曲面の内側および外側で連続な境界値をもつための条件	
2.5	ポテンシャルの性質の要約	59
	体積分布ポテンシャル, 一重層ポテンシャル, 二重層ポテンシャル	
2.6	曲線分布のポテンシャル	62
	一様な密度をもつ円輪のポテンシャルの計算	
2.7	フラックスとガウスの定理	64
	体積分布ならびに曲面分布のポテンシャルに関するガウスの定理	
2.8	ポテンシャル論の応用	66
	電磁気学への応用, 流体力学への応用	

第 3 章 調和函数

3.1	調和函数の定義とその諸性質	74
	有界領域における調和函数の性質, ガウスの定理, その他	
3.2	無限領域における調和函数	78
	∞ における正則性, 無限領域に関するガウス, グリーンの公式, 無限領域における調和函数の性質	
3.3	調和函数とポテンシャルとの関連	82
	調和函数をポテンシャルの和として表わすこと, 表示の唯一性	
3.4	ディリクレの問題 (第一境界値問題)	86
	ディリクレの問題, ケルヴィンの変換, ディリクレの原理	
3.5	グリーンの函数とポアソン積分	89
	グリーンの函数, 球に関するディリクレの問題, ポアソン積分	
3.6	調和函数の展開とその解析性	97
	ルジャンドルの多項式による展開, 同次調和多項式による展開, 冪級数展開	

3.7	函数が調和であるための条件	101
	ガウスの逆定理, その他	
3.8	調和接続と特異点	103
	調和接続, 孤立特異点, 除去可能な特異点	
3.9	調和函数列	106
	ハルナックの諸定理, アスコリの選出定理, 調和函数が正規族を作るための条件	
3.10	ノイマンの問題 (第二境界値問題)	113
	ノイマンの問題, ディリクレの原理, ノイマンの函数, 球に関するノイマンの問題	
3.11	球函数	122
	ラプラスの微分方程式の特解, n 次のルジャンドルの微分方程式, ルジャンドル多項式, 帯球面函数, 方球面函数, 球面函数, 球函数, 球面函数の直交性, α 次のルジャンドルの微分方程式の特解	
3.12	球函数による調和函数の展開	129
	球函数による調和函数の展開とその収斂域 (3.6 の結果の精密化), ディリクレの問題の解の展開式	

第4章 積分方程式による境界値問題の解法

4.1	境界値問題の積分方程式への帰着	135
	第一境界値問題の解を二重層ポテンシャルとして求めること, 第二境界値問題の解を一重層ポテンシャルとして求めること, 第二種フレードホルム積分方程式への帰着	
4.2	フレードホルムの理論	137
	解核, フレードホルムの行列式 $D(\lambda)$ と小行列式 $D(p, q, \lambda)$, $D(\lambda) \neq 0$ のときの解法, 固有値と固有函数, $D(\lambda) = 0$ のときの解法	
4.3	ポテンシャル論に現われる核の諸性質	150
	核の不連続性と反復核の連続性, 核を含む積分がヘルダーの条件を満たすこと	

- 4.4 境界値問題の解法155
解の存在の証明, ロバンの問題(平衡問題)
- 4.5 解の級数展開163
解の形を具体的に求めること, 解を逐次計算可能な函数を項とする級数に展開すること
- 4.6 第三境界値問題169
熱伝導の問題, 積分方程式への帰着, 解の存在の証明, 解の級数展開

第 5 章 近代ポテンシャル論とディリクレの問題

- 5.1 初期の研究 (I)175
グリーン, ガウス, ノイマンの研究, ポアソンの掃散法
- 5.2 初期の研究 (II)180
優(劣)調和函数, 掃散法によってディリクレの問題を解くこと, ディリクレの問題の解が存在しない例
- 5.3 一般化されたディリクレの問題190
ウィナーの研究, 一般化されたディリクレの問題とその解, 境界点の正則性, ウィナーの容量, 正則条件
- 5.4 容量と非正則点の分布状態196
容量, 有界調和函数の除去可能な特異点, 調和函数に関する唯一性の定理, ケロッグの補助定理
- 5.5 新しいポテンシャルの定義とその性質201
完全加法的集合函数と質量分布, ルベーグ-スチルチェス積分, 選出定理, ポテンシャルの定義, ポテンシャルの(広い意味での)優調和性, 相反法則, エネルギー積分
- 5.6 質量の掃散と最小値の原理211
正則領域内の質量の掃散, ヴァレ・ブッサンの容量, 最小値の原理, 掃散に関する一般的結果
- 5.7 平衡問題と境界点の正則性222

平衡問題(ロバンの問題), 容量分布, 掃散に際しての質量の保持と消失, ケロッグの補助定理の証明, 正則条件, グリーンの函数の一般化, 最大値の原理

- 5.8 一般化されたディリクレの問題の解決**228
 掃散された質量分布の一性質, 一般化されたディリクレの問題の解とその表現, 不連続境界値に対するディリクレの問題

第 6 章 平面調和函数と対数ポテンシャル

- 6.1 平面調和函数**231
 正則函数, 共軛調和函数, 調和性が等角写像によって不変であること, グリーンの函数, ポアッソン積分, 調和接続
- 6.2 ディリクレの問題**239
 シュワルツの交替法, 一般化されたディリクレの問題の解, 正則条件, ディリクレの原理に関する一注意, ペロンの方法
- 6.3 対数ポテンシャル**245
 平衡問題, 対数的容量, 掃散, 一般化されたディリクレの問題の解の表現, 正則条件
- 6.4 グリーンの函数と等角写像**250
 等角写像論におけるリーマンの基本定理, グリーンの函数が存在するための条件, ロバンの定数
- 補 記256
 参考書と文献257
 索 引261