

第 I 卷 目 次

1 序 説

| | | |
|-----|------------|---|
| § 1 | 超関数とは | 1 |
| § 2 | 佐藤の超関数 | 3 |
| § 3 | 目 標 | 4 |
| § 4 | 複素速度と解析関数 | 5 |
| § 5 | 渦の分布と超関数 | 8 |
| § 6 | ふつうの関数と超関数 | 9 |

2 超関数の演算

| | | |
|-----|------------------|----|
| § 1 | 超関数の定義 | 13 |
| § 2 | 線形結合 | 15 |
| § 3 | 超関数と解析関数の積 | 17 |
| § 4 | ふつうの関数を超関数と見直すこと | 18 |
| § 5 | 超関数の微分 | 22 |
| § 6 | 超関数の定積分 | 25 |
| § 7 | ま と め | 27 |

3 基本的な超関数

| | | |
|------|--|----|
| § 1 | はじめに | 28 |
| § 2 | $F(\cdot - z)$ を母関数とする超関数 | 28 |
| § 3 | 偶超関数と奇超関数 | 31 |
| § 4 | $\bar{F}(z)$ を母関数とする超関数 | 33 |
| § 5 | 実超関数と虚超関数 | 34 |
| § 6 | 1 価解析関数は超関数と見直される | 37 |
| § 7 | Cauchy の主値 | 39 |
| § 8 | $f(ax+b)$ の形の超関数 | 42 |
| § 9 | 超関数と 1 価解析関数の形式積 | 42 |
| § 10 | $H(z)$, $1(z)$, $\operatorname{sgn} z$ | 46 |
| § 11 | x^{-m} , $x^{-m}H(x)$, $x^{-m}\operatorname{sgn} x$ | 48 |

§ 12 $\log|x|, \log|x|H(x), \log|x|\operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 51
 § 13 $x^{-m}\log|x|, x^{-m}\log|x|H(x), x^{-m}\log|x|\operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 52
 § 14 $x^{-m}(\log|x|)^n, x^{-m}(\log|x|)^nH(x), x^{-m}(\log|x|)^n\operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 53
 § 15 $|x|^\alpha, |x|^\alpha H(x), |x|^\alpha \operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 54
 § 16 方程式 $\varphi(x) \cdot f(x) = h(x) \dots \dots \dots$ 56
 § 17 ま と め $\dots \dots \dots$ 58

4 パラメーターを含む超関数

§ 1 はじめに $\dots \dots \dots$ 59
 § 2 パラメーターを含む超関数 $\dots \dots \dots$ 59
 § 3 パラメーターを含む超関数の演算 $\dots \dots \dots$ 62
 § 4 関数列の収束と超関数列の収束 $\dots \dots \dots$ 66
 § 5 $|x|^\alpha \log|x|, |x|^\alpha \log|x|H(x), |x|^\alpha \log|x|\operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 68
 § 6 $|x|^\alpha (\log|x|)^n, |x|^\alpha (\log|x|)^n H(x), |x|^\alpha (\log|x|)^n \operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 70
 § 7 $x^{-m}(\log|x|)^n, x^{-m}(\log|x|)^n H(x), x^{-m}(\log|x|)^n \operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 72
 § 8 ベキ型の超関数 $\dots \dots \dots$ 74
 § 9 発散積分の有限部分 $\dots \dots \dots$ 78
 § 10 pf 積分の計算 $\dots \dots \dots$ 83
 § 11 ま と め $\dots \dots \dots$ 89

5 Fourier 変換

§ 1 はじめに $\dots \dots \dots$ 90
 § 2 Fourier 変換の定義 $\dots \dots \dots$ 90
 § 3 Fourier 変換に関する定理 $\dots \dots \dots$ 95
 § 4 Fourier 逆変換 $\dots \dots \dots$ 101
 § 5 Fourier 変換の計算例 $\dots \dots \dots$ 104
 § 6 ま と め $\dots \dots \dots$ 106

6 ベキ型超関数の Fourier 変換

§ 1 はじめに $\dots \dots \dots$ 107
 § 2 $\mathcal{F}x^\alpha \dots \dots \dots$ 107
 § 3 $\mathcal{F}|x|^\alpha H(x), \mathcal{F}|x|^\alpha, \mathcal{F}|x|^\alpha \operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 110
 § 4 $\mathcal{F}|x|^\alpha (\log|x|)^n H(x), \mathcal{F}|x|^\alpha (\log|x|)^n,$
 $\mathcal{F}|x|^\alpha (\log|x|)^n \operatorname{sgn}x \dots \dots \dots$ 111

| | | |
|----------|---|-----|
| § 5 | $\mathcal{F}x^p(\log x)^n H(x), \mathcal{F}x^p(\log x)^n, \mathcal{F}x^p(\log x)^n \operatorname{sgn}x$ | 113 |
| § 6 | $\mathcal{F}x^{-m}(\log x)^n H(x), \mathcal{F}x^{-m}(\log x)^n, \mathcal{F}x^{-m}(\log x)^n \operatorname{sgn}x$ | 116 |
| § 7 | ベキ型超関数の Fourier 変換の表 | 117 |
| § 8 | 多ガンマ関数 | 118 |
| § 9 | 応用例 | 119 |
| § 10 | まとめ | 121 |
| 7 | 上(下)型超関数 | |
| § 1 | はじめに | 122 |
| § 2 | 左(右)超関数と上(下)型超関数 | 122 |
| § 3 | 上(下)型超関数の性質 | 124 |
| § 4 | 上(下)型超関数の計算 | 128 |
| § 5 | 上(下)型超関数の Fourier 変換 | 131 |
| § 6 | 上(下)型のベキ型超関数とその Fourier 変換 | 133 |
| § 7 | 応用例 | 135 |
| § 8 | まとめ | 138 |
| 8 | Fourier 変換——存在と正則性 | |
| § 1 | はじめに | 139 |
| § 2 | $\operatorname{Eks}\alpha$ 型の関数および超関数 | 140 |
| § 3 | Fourier 変換が存在するための十分条件 | 143 |
| § 4 | $G(\zeta) = \mathcal{F}\{\varphi(x)1_+(x)\}$ の ξ 軸上での正則性 | 144 |
| § 5 | 定理の応用例 | 148 |
| § 6 | まとめ | 150 |
| 9 | Fourier 変換——漸近的性質 | |
| § 1 | はじめに | 151 |
| § 2 | Riemann-Lebesgue の定理 | 151 |
| § 3 | 超関数をふつうの関数と見直すこと | 152 |
| § 4 | $\mathcal{F}\{\varphi(x)1_+(x)\}$ の漸近的性質 | 153 |
| § 5 | Riemann-Lebesgue の定理の拡張 | 156 |
| § 6 | $\phi(x)$ とベキ型超関数の形式積 | 158 |
| § 7 | $\mathcal{F}[\varphi(x)]_{\pm}$ の漸近的性質 | 162 |
| § 8 | 上(下)超関数と左(右)超関数 | 164 |

| | | |
|-----------|--|-----|
| § 9 | $\mathfrak{F}f'(x)$ から $\mathfrak{F}f(x)$ へ | 167 |
| § 10 | ま と め | 168 |
| 10 | 周期超関数と Fourier 級数 | |
| § 1 | はじめに | 170 |
| § 2 | 標準母関数 | 170 |
| § 3 | 標準母関数をもつ超関数 | 175 |
| § 4 | 周期超関数 | 177 |
| § 5 | 超関数の Fourier 級数 | 181 |
| § 6 | 周期超関数の Fourier 変換 | 185 |
| § 7 | δ 関数列と階段関数 | 187 |
| § 8 | Fourier 級数の計算 | 193 |
| § 9 | 上(下)超関数の Fourier 級数 | 199 |
| § 10 | Fourier 係数 c_n の $ n \rightarrow \infty$ でのふるまい | 202 |
| § 11 | 左(右)階段関数と左(右) δ 関数列 | 205 |
| § 12 | ま と め | 209 |