



# 目 次

## 序

日本語版への序

## 第1章 汎関数. 変分法の基本問題

- § 1. 序 論..... 1
- § 2. 関数空間 ..... 4
- § 3. 汎関数の微分. 極値の必要条件 ..... 8
- § 4. 変分法の基本問題. オイラーの方程式.....15
- § 5. 多変数の場合. 固定域問題 .....24
- § 6. 変分導関数. オイラーの方程式の不変性.....29

## 第2章 基本問題に関するいくつかの一般化. 条件つき変分問題

- § 7. 未知関数が  $n$  個の場合の固定端問題 .....35
- § 8. 変分問題のパラメータ表示 .....40
- § 9. 高階導関数からなる汎関数 .....42
- §10. 等周問題. 条件つき変分問題 .....44
  - 10.1 等周問題.....44
  - 10.2 有限条件.....48

## 第3章 汎関数の変分の基本公式. 自由端問題

- §11. 汎関数の変分の基本公式.....53
- §12. 自由端問題 .....58
- §13. 滑らかでない停留曲線. ワイエルシュトラス=エルドマン  
の条件 .....61

## 第4章 オイラーの方程式の正準形. 変分原理保存則.

ハミルトン=ヤコビの方程式

- §14. オイラーの方程式の正準形. 第1積分 .....65

§15.	ルジャンドル変換, 正準変換	70
§16.	積分 $\int_a^b F dx$ の不変性とオイラーの方程式の第1積分との関係	79
§17.	最小作用の原理	83
§18.	保存則	85
§19.	ハミルトン=ヤコビの方程式, ヤコビの定理	88
第5章 第2変分 $\mathcal{D}_1$ 極値の十分条件		
§20.	2次汎関数, 汎関数の第2変分	97
§21.	第2変分を表わす式, ルジャンドルの条件	101
§22.	2次汎関数 $\int_a^b (Ph'^2 + Qh^2) dx$ の性質	106
§23.	共役点, ヤコビの必要条件	113
§24.	$\mathcal{D}_1$ 極値の十分条件	118
§25.	多関数に従属する汎関数に対するヤコビの条件	120
25.1	汎関数の第2変分, ルジャンドルの条件	120
25.2	ヤコビの条件	122
25.3	ヤコビの必要条件と共役点	126
25.4	十分条件	128
§26.	ヤコビの条件と有限次元空間における2次形式論との関係	129
第6章 場の理論, $\mathcal{C}$ 極値の十分条件		
§27.	両立する境界条件, 場の一般的定義	135
§28.	汎関数の場	141
§29.	ヒルベルトの不変積分	150
§30.	ワイエルシュトラス関数, $\mathcal{C}$ 極値の十分条件	152
第7章 偏導関数をもつ変分問題		
§31.	固定領域の場合における汎関数の変分基本式	161
§32.	弦, 膜, 板の振動方程式の変分	163
32.1	弦	164

32.2	最小作用の原理についての注意	168
32.3	膜	171
32.4	板	174
§33.	可変領域における変分に対する基本公式. ネーターの定理	178
33.1	問題の提起	178
33.2	変数 $x_i, u$ の変分 $\delta x_i \delta u$ の計算	179
33.3	$\delta u x_i$ の計算	182
33.4	汎関数の変分 $\delta J$ の基本公式	184
33.5	数個の関数あるいはパラメータからなる一般の場合	187
33.6	ネーターの定理	188
§34.	場の理論への応用	193
§35.	例. クライン=ゴールドンの方程式とマクスウエルの方程式	200

## 第8章 変分法における直接法. スツルム=リウヴィルの問題における変分的方法

§36.	変分法における直接法	207
§37.	リッツの方法と折れ線法	210
§38.	固有関数と固有値. スツルム=リウヴィルの境界値問題	214

## 付録 1

興奮の伝播と標準方程式	225
1. 問題の提起	225
2. 接空間 $\mathcal{J}(x)$ のノルム導入	228
3. 共役空間 $\tilde{\mathcal{J}}(x)$	228
4. ハミルトン=ヤコビの方程式	229
5. 興奮トラジェクトリ	230
6. 興奮トラジェクトリの方程式	232

## 付録 2

最適制御問題における変分法	235
---------------	-----

1. 最適制御問題 .....	235
2. 変分法との関係 .....	237
3. 最適性の必要条件 .....	238
4. 最大値原理 .....	240
5. ワイエルシュトラスの必要条件との関係 .....	242

## 問 題

第1章の問題 .....	245
第2章の問題 .....	248
第3章の問題 .....	252
第4章の問題 .....	255
第5章の問題 .....	258
第6章の問題 .....	260
第7章の問題 .....	262
第8章の問題 .....	264
付録1の問題 .....	266
付録2の問題 .....	266
文 献 .....	269
索 引 .....	271
訳者あとがき .....	276

