



# 目 次

## 第1部 入門 1

第1課 偏微分方程式入門 3

## 第2部 拡散型の問題 11

第2課 拡散型の問題（放物型方程式） 13

第3課 拡散型問題のいろいろな境界条件 21

第4課 熱伝導方程式の導出 30

第5課 変数分離 36

第6課 非同次境界条件を同次境界条件に変換すること 46

第7課 もっと複雑な問題を変数分離で解くこと 52

第8課 難しい方程式を簡単な方程式に変えること 61

第9課 非同次偏微分方程式の解法（固有関数展開） 66

第10課 積分変換（正弦変換と余弦変換） 74

第11課 Fourier 級数と Fourier 変換 84

第12課 Fourier 変換およびその偏微分方程式への応用 92

第13課 Laplace 変換 100

第14課 Duhamel の原理 110

第15課 拡散問題における対流項  $u_x$

## 第3部 双曲型の問題 125

第16課 1次元波動方程式（双曲型方程式） 127

第17課 波動方程式の D'Alembert 解 133

第18課 D'Alembert 解（続） 141

第19課 波動方程式に関連した境界条件 150

第20課 有限な弦の振動（定常波） 157

第21課 梁の振動（4階の偏微分方程式） 165

第 22 課	問題の無次元化	172
第 23 課	偏微分方程式の分類 (双曲型方程式の標準形)	179
第 24 課	2次元と3次元の波動方程式 (自由空間)	188
第 25 課	有限 Fourier 変換 (正弦変換と余弦変換)	196
第 26 課	重ね合わせ (線形システムの屋台骨)	202
第 27 課	1階の方程式 (特性曲線法)	209
第 28 課	非線形1階方程式 (保存方程式)	217
第 29 課	連立偏微分方程式	227
第 30 課	太鼓の膜の振動 (極座標の波動方程式)	235
<b>第 4 部 楕円型の問題 247</b>		
第 31 課	ラプラスアン (直観的記述)	249
第 32 課	境界値問題の一般的性質	258
第 33 課	円に対する内部 Dirichlet 問題	266
第 34 課	円環領域における Dirichlet 問題	274
第 35 課	球座標に関する Laplace 方程式 (球面調和関数)	284
第 36 課	非同次の Dirichlet 問題 (Green 関数)	294
<b>第 5 部 数値解法と近似解法 305</b>		
第 37 課	数値解 (楕円型の問題)	307
第 38 課	陽的差分法	315
第 39 課	陰的差分法 (Crank-Nicolson 法)	323
第 40 課	解析解と数値解	329
第 41 課	偏微分方程式の分類 (放物型の方程式と楕円型の方程式)	336
第 42 課	モンテ・カルロ法 (入門)	345
第 43 課	偏微分方程式のモンテ・カルロ解	352
第 44 課	変分法 (Euler-Lagrange 方程式)	359
第 45 課	偏微分方程式を解くための変分法 (Ritz の方法)	368
第 46 課	偏微分方程式を解くための摂動法	376
第 47 課	偏微分方程式の等角写像による解	385
付録	積分変換表	397
索引		408

