



# Inhaltsverzeichnis

## IV. TEIL

### Partielle Differentialgleichungen

17. Kapitel. <b>Allgemeines über partielle Differentialgleichungen und ihre Integration mittels Laplace-Transformation</b> . . . . .	13
§ 1. Rand- und Anfangswertprobleme und der Sinn der Randbedingungen . . .	13
§ 2. Die der Laplace-Transformation zugänglichen Probleme . . . . .	16
§ 3. Allgemeine Richtlinien für die Lösung eines Rand- und Anfangswertproblems mittels $\mathcal{Q}$ -Transformation . . . . .	17
18. Kapitel. <b>Partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten</b> . . . . .	22
§ 1. Die Wärmeleitungs- oder Diffusionsgleichung (Parabolischer Typ) . . . .	22
1. Der Wärmeleiter ohne innere Quellen und mit verschwindender Anfangstemperatur . . . . .	23
2. Der Wärmeleiter mit verschwindenden Randtemperaturen . . . . .	27
3. Der unendlich lange Wärmeleiter . . . . .	29
§ 2. Die Ein- oder Vieldeutigkeit der Lösung der Wärmeleitungsgleichung . . .	31
§ 3. Die Wellengleichung und die Telegraphengleichung (Hyperbolischer Typ) .	38
1. Einschaltvorgang. . . . .	41
2. Ausschwingvorgang. . . . .	49
§ 4. Die Potentialgleichung (Elliptischer Typ) . . . . .	51
§ 5. Eine Differentialgleichung mit gebietsweise verschiedenen konstanten Koeffizienten. . . . .	55
§ 6. Die Verwendung der komplexen Umkehrformel. . . . .	58
19. Kapitel. <b>Partielle Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten</b> . .	62
§ 1. Eine Gleichung mit Koeffizienten, die von den nichttransformierten Variablen abhängen . . . . .	62
§ 2. Eine Gleichung mit Koeffizienten, die von der transformierten Variablen abhängen (Singuläre Fokker-Plancksche Gleichung) . . . . .	64
20. Kapitel. <b>Eindeutigkeitssätze und Kompatibilitätsbedingungen für die Rand- und Anfangswerte</b> . . . . .	70
§ 1. Die in der $\mathcal{Q}$ -Transformation liegenden Möglichkeiten zur Ableitung von Eindeutigkeitssätzen und Kompatibilitätsbedingungen . . . . .	70
§ 2. Eindeutigkeitssatz und Lösbarkeitsbedingungen für ein Randwertproblem in einer speziellen Klasse von Lösungen . . . . .	71
§ 3. Kompatibilitätsbedingungen für den elliptischen Typ . . . . .	75
§ 4. Kompatibilitätsbedingungen für den parabolischen Typ . . . . .	76
§ 5. Kompatibilitätsbedingungen für den hyperbolischen Typ . . . . .	77

21. Kapitel. <b>Huygenssches und Eulersches Prinzip</b> . . . . .	79
§ 1. Das Huygenssche Prinzip . . . . .	79
§ 2. Das Eulersche Prinzip. . . . .	82
§ 3. Die Beziehung zwischen der Erzeugung transzendenter Relationen durch das Huygenssche und Eulersche Prinzip und der Erzeugung durch die $\mathcal{L}$ -Transformation. Der Zusammenhang mit der Theorie der Halbgruppen . . . . .	84

## V. TEIL

### Differenzengleichungen

22. Kapitel. <b>Gewöhnliche Differenzengleichungen im Originalraum</b> . . . . .	91
§ 1. Allgemeines über Differenzengleichungen . . . . .	91
§ 2. Die lineare Differenzengleichung unter Anfangsbedingungen . . . . .	93
Beispiel: Elektrischer Kettenleiter . . . . .	103
§ 3. Die Differentialdifferenzengleichung in einer unabhängigen Variablen . . . . .	105
23. Kapitel. <b>Gewöhnliche Differenzengleichungen im Bildraum</b> . . . . .	107
§ 1. Analytische Lösungen einer Differenzengleichung . . . . .	107
§ 2. Die Differentialdifferenzengleichung in einer unabhängigen Variablen . . . . .	113
24. Kapitel. <b>Partielle Differenzengleichungen</b> . . . . .	116
§ 1. Ein Randwertproblem für eine partielle Differenzengleichung . . . . .	116
§ 2. Ein Randwertproblem für eine Differentialdifferenzengleichung in mehreren Variablen . . . . .	127

## VI. TEIL

### Integralgleichungen und Integralrelationen

25. Kapitel. <b>Integralgleichungen vom reellen Faltungstypus im endlichen Intervall</b> . . . . .	133
§ 1. Die lineare Integralgleichung zweiter Art . . . . .	133
§ 2. Beispiele . . . . .	144
1. Das Erneuerungsproblem der Statistik . . . . .	144
2. Die Entzerrung der Anzeige bei physikalischen Messinstrumenten. Der Zusammenhang zwischen Übergangsfunktion und Frequenzgang . . . . .	146
§ 3. Die lineare Integralgleichung erster Art . . . . .	151
§ 4. Beispiele . . . . .	157
1. Die Abelsche Integralgleichung und Verallgemeinerungen . . . . .	157
2. Integration und Differentiation nichtganzer Ordnung im Raum der Originalfunktionen . . . . .	163
§ 5. Integral- und Integrodifferentialgleichungen höherer Ordnung . . . . .	169
26. Kapitel. <b>Integralgleichungen vom reellen Faltungstypus im unendlichen Intervall</b> . . . . .	172
§ 1. Die lineare Integralgleichung zweiter Art . . . . .	172
§ 2. Die lineare Integralgleichung erster Art (Umkehrung der Integraltransformationen vom Faltungstypus) . . . . .	182

27. Kapitel. <b>Funktionalrelationen mit reellen Faltungsintegralen, insbesondere transzendente Additionstheoreme</b> . . . . .	187
§ 1. Allgemeine Prinzipien . . . . .	187
§ 2. Funktionen, deren $\mathcal{L}$ -Transformierte vom Typus $s^{-\beta} e^{-\alpha\varphi(s)}$ sind . . . . .	188
§ 3. Thetafunktionen . . . . .	190
§ 4. Besselsche Funktionen . . . . .	192
§ 5. Konfluente hypergeometrische Funktion, Hermitesche und Laguerresche Polynome . . . . .	194
28. Kapitel. <b>Integralgleichungen vom komplexen Faltungstypus</b> . . . . .	199
§ 1. Die Integralgleichung erster Art in speziellen Funktionsräumen. Die Derivierte beliebiger Ordnung im Raum der $\mathcal{L}$ -Transformierten. . . . .	199
§ 2. Differentialgleichungen unendlich hoher Ordnung . . . . .	204
29. Kapitel. <b>Korrespondenz zwischen komplexen Faltungsintegralen von Bildfunktionen und Produkten ihrer Originalfunktionen</b> . . . . .	209
§ 1. Funktionalrelationen mit komplexen Faltungsintegralen . . . . .	209
§ 2. Auswertung von $\int_0^{\infty} e^{-st} F^2(t) dt$ und $\int_0^{\infty} F^2(t) dt$ durch ein komplexes Faltungsintegral über $f(s)$ . . . . .	212
30. Kapitel. <b>Verschiedene mit Laplace-Transformation lösbare Typen von Integralgleichungen</b> . . . . .	215
§ 1. Transformation einer Integralgleichung erster Art in eine Integralgleichung mit bekannter Lösung. . . . .	215
§ 2. Kerne, deren $\mathcal{L}$ -Transformierte Exponentialfunktionen sind . . . . .	217
§ 3. Involutorische Kerne . . . . .	218
§ 4. Integralgleichungen, die eine Funktionaloperation darstellen, deren Abbild eine elementare Substitution ist . . . . .	220

VII. TEIL

**Ganze Funktionen vom Exponentialtypus und endliche Laplace-Transformation**

31. Kapitel. <b>Die endliche Laplace-Transformation</b> . . . . .	225
§ 1. Die endliche $\mathcal{L}_I$ -Transformation . . . . .	225
§ 2. Die endliche $\mathcal{L}_{II}$ -Transformation . . . . .	229
32. Kapitel. <b>Ganze Funktionen vom Exponentialtypus</b> . . . . .	233
§ 1. Darstellung einer ganzen Funktion vom Exponentialtypus als endliche $\mathcal{L}_{II}$ -Transformierte . . . . .	233
§ 2. Der quadratische Mittelwert $m(x)$ für die endliche $\mathcal{L}_{II}$ -Transformierte mit einer Originalfunktion der Klasse $L^2$ . . . . .	243
§ 3. Der Zusammenhang zwischen dem Wachstum einer ganzen Funktion vom Exponentialtypus und dem ihrer Ableitung . . . . .	249
<b>Nachträge zu Band I</b> . . . . .	253
<b>Literarische und historische Nachweise</b> . . . . .	261
<b>Bücher über die Laplace-Transformation</b> . . . . .	277
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	279
<b>Sachregister</b> . . . . .	297
<b>Berichtigungen zu Band II</b> . . . . .	299