

Inhaltsverzeichnis

I. TEIL

Grundlegende analytische und funktionentheoretische Eigenschaften der Laplace -Transformation

1. Kapitel: Allgemeines über lineare Funktionaltransformationen und Grundbegriffe der Funktionalanalysis	19
§ 1. Lineare Funktionaltransformationen	19
§ 2. Allgemeine Funktionaltransformationen	22
§ 3. Der Grenzbegriff im unendlichvioldimensionalen Raum	23
2. Kapitel: Allgemeine analytische Eigenschaften der Laplace- Transformation	29
§ 1. Der zugrunde gelegte Integralbegriff	29
§ 2. Definition und Konvergenzeigenschaften des Laplace-Integrals	32
§ 3. Laplace-Transformation und Laplace-Transformierte	43
§ 4. Beispiele	45
§ 5. Die numerische Berechnung einer Laplace-Transformierten	52
§ 6. Die Dirichletsche Reihe als Laplace-Integral	53
§ 7. Die zweiseitige Laplace-Transformation und die Mellin-Transforma- tion. Die Fourier- und die \mathfrak{N} -Transformation	59
§ 8. Die Laplace-Transformation in Gestalt eines Stieltjes-Integrals	61
§ 9. Die im wesentlichen eindeutige Bestimmung der L -Funktion durch die l -Funktion	72
§ 10. Anwendungen des Eindeutigkeitssatzes	80
§ 11. Die Abbildung einer linearen Substitution der Variablen in der L - oder l -Funktion	85
§ 12. Die Abbildung der Integration der L -Funktion	87
§ 13. Die Abbildung der Differentiation der L -Funktion	98
§ 14. Die Faltung und ihre allgemeinen Eigenschaften	104
§ 15. Die Abbildung der Faltung zweier Originalfunktionen	121
§ 16. Die Abbildung weiterer Operationen an der L -Funktion	131
3. Kapitel: Allgemeine funktionentheoretische Eigenschaften der durch die Laplace-Transformation erzeugten Funk- tionen	141
§ 1. Gleichmäßige Konvergenz des Laplace-Integrals	141
§ 2. Holomorphie der l -Funktion	144

§ 3. Die Holomorphiehalbebene von $f(s)$	151
§ 4. Existenz einer Singularität auf der Konvergenzgeraden in speziellen Fällen	153
§ 5. Verhalten von $f(s)$ bei Annäherung an einen Konvergenzpunkt .	156
§ 6. Verhalten von $f(s)$ bei Annäherung an $s = \infty$	162
§ 7. Die Ordnung von $f(s)$ auf Vertikalen	177
§ 8. Die Beschränktheithalbebene von $f(s)$	180

II. TEIL

Die Umkehrung der Fourier- und Laplace-Transformation, die Parsevalsche Gleichung und verwandte Probleme

4. Kapitel: Die komplexe Umkehrformel	191
§ 1. Fouriersches Integraltheorem und Fourier-Transformation . . .	191
§ 2. Erster Satz über die Umkehrung der (absolut konvergenten) Fourier-Transformation	198
§ 3. Zweiter Satz über die Umkehrung der (absolut konvergenten) Fourier-Transformation	207
§ 4. Die komplexe Umkehrformel für die absolut konvergente Laplace-Transformation	209
§ 5. Die komplexe Umkehrformel für die einfach konvergente Laplace-Transformation	218
§ 6. Die Differentiation der komplexen Umkehrformel	221
§ 7. Deformation des Integrationsweges im komplexen Umkehrintegral	223
5. Kapitel: Formeln für das Partialintegral der Laplace-Transformation	231
§ 1. Darstellung des Partialintegrals der Laplace-Transformation durch ein komplexes Integral	231
§ 2. Über das Konvergenzproblem der Laplace-Transformation . . .	237
§ 3. Anwendung: Formeln für die Partialsummen von Dirichletschen Reihen mit einem Beitrag zum Konvergenzproblem dieser Reihen	239
6. Kapitel: Die Parsevalsche Gleichung	245
§ 1. Die Parsevalsche Gleichung für die Fourier-Transformation . . .	245
§ 2. Die Parsevalsche Formel für die Laplace-Transformation und der quadratische Mittelwert von $f(s)$ auf Vertikalen	251
§ 3. Die Umkehrformel zum Faltungssatz	255
§ 4. Die Laplace-Transformation eines Produkts	257
7. Kapitel: Bedingungen für die Darstellbarkeit einer Funktion als Laplace-Transformierte	259
§ 1. Das Darstellungsproblem	259
§ 2. Bedingungen für die Darstellbarkeit	260

§ 3. Die Berechnung des komplexen Integrals für meromorphe l -Funktionen durch Residuenrechnung	267
8. Kapitel: Weitere Umkehrformeln für die Laplace-Transformation	285
§ 1. Berechnung der L -Funktion aus den Werten der l -Funktion für große reelle s	285
§ 2. Berechnung der L -Funktion aus den Werten der Ableitungen hoher Ordnung von $f(s)$ für große reelle s	290
§ 3. Umkehrung durch Reihenentwicklung	296

III. TEIL

Eine Verallgemeinerung der Laplace-Transformation

9. Kapitel: Die Cesàroschen arithmetischen Mittel des Laplace-Integrals und die $\mathfrak{Q}^{(k)}$-Transformation	311
§ 1. Die (C, k) -Mittel für Funktionen	311
§ 2. Die (C, k) -Mittel des Laplace-Integrals. Die $\mathfrak{Q}^{(k)}$ -Transformation und ihre Konvergenzhalbebene	314
§ 3. Funktionentheoretische Eigenschaften der $\mathfrak{Q}^{(k)}$ -Transformierten	330
§ 4. Darstellung des (C, k) -Mittels von $\mathfrak{Q}\{F\}$ durch ein komplexes Integral	333
§ 5. Anwendung auf das Konvergenzproblem von $\mathfrak{Q}^{(k)}\{F\}$	343
§ 6. Der Faltungssatz für die $\mathfrak{Q}^{(k)}$ -Transformation	350

IV. TEIL

Die Laplace-Transformation spezieller Klassen von Funktionen

10. Kapitel: Die Laplace-Transformation der ganzen Funktionen vom Exponentialtypus	355
§ 1. Die den L -Funktionen vom Exponentialtypus entsprechende Klasse von l -Funktionen	355
§ 2. Analytische Fortsetzung der l -Funktion durch Drehung des Integrationsweges in der t -Ebene	362
§ 3. Bestimmung des Konvergenzgebietes von $\mathfrak{Q}^{(\varphi)}\{F\}$ durch die Singularitäten von $f(s)$	371
§ 4. Der Zusammenhang zwischen dem Anwachsen von $F(t)$ für $t \rightarrow \infty$ und den Singularitäten von $f(s)$	378
§ 5. Das Borelsche Summabilitätspolygon, das Antipolygon und die verallgemeinerten Borel-Polygone	380
§ 6. Die Abbildung des Produkts und die Faltungssätze in den Klassen \mathfrak{A}_1 und \mathfrak{a}_1	397

11. Kapitel: Die zweiseitige Laplace-Transformation bzw. Mellin-Transformation von analytischen Funktionen	403
§ 1. Die \mathfrak{L}_{II} -Transformation von Funktionen, die in einem Streifen analytisch sind und Exponentialabschätzungen genügen	403
§ 2. Die Mellin-Transformation von Funktionen, die in einem Winkelraum analytisch sind und Potenzabschätzungen genügen	408
§ 3. Die Abbildung des Produkts und die Faltungssätze in den Klassen \mathfrak{A}_{II} und \mathfrak{a}_{II} bzw. \mathfrak{B} und \mathfrak{b}	414
§ 4. Anwendung der Mellin-Transformation in der Funktionentheorie	415
12. Kapitel: Die Laplace-Transformation von Funktionen der Klasse L^2	419
§ 1. Hilfssätze über die Plancherelsche Fourier-Transformation und die Funktionsklasse \mathfrak{H}^2	420
§ 2. Funktionen aus \mathfrak{H}^2 als Laplace-Transformierte von Funktionen aus $L^2(0, \infty)$	422
§ 3. Metrisierung der Räume $L^2(0, \infty)$ und \mathfrak{H}^2 . Korrespondenz zwischen mittelkonvergenten Reihen für $F(t)$ und absolut konvergenten Reihen für $f(s)$ als Konsequenz der Parsevalschen Gleichung	432
§ 4. Korrespondenz zwischen Orthogonalfunktionen im Intervall $0 \leq t < \infty$ und solchen im Intervall $-\infty < y < +\infty$ als Konsequenz der verallgemeinerten Parsevalschen Gleichung	434
§ 5. Verallgemeinerte Parsevalsche Gleichung, Umkehrformel zum Faltungssatz, Laplace-Transformierte eines Produkts und Cauchysche Formel für Funktionen aus $L^2(0, \infty)$	437
§ 6. Eine Umkehrformel für die Laplace-Transformation, die die Werte von $f(s)$ auf der reellen Achse benutzt	438
§ 7. Ein Vergleich zwischen Potenzreihen, fastperiodischen Funktionen (Dirichletschen Reihen) und der Laplace-Transformierten hinsichtlich Umkehrformel und Parsevalscher Gleichung	442

V. TEIL

Abelsche und Taubersche Sätze

13. Kapitel: Abelsche Sätze über das Verhalten der Laplace-Transformierten an einer singulären Stelle im Endlichen	455
§ 1. Asymptotisches Verhalten bei Annäherung in einem Winkelraum an eine singuläre Stelle auf der Konvergenzgeraden	455
§ 2. Anwendungen: Singuläre Integrale. Vergleich zwischen verschiedenen Summationsmethoden	461
§ 3. Vollständige Charakterisierung einer auf der Konvergenzgeraden liegenden Singularität der Laplace-Transformierten	466
§ 4. Abelsche Sätze für die zweiseitige Laplace-Transformation und die Mellin-Transformation	471

14. Kapitel: Abelsche Sätze über das Verhalten der Laplace-Transformierten für $s \rightarrow \infty$	473
§ 1. Verhalten für $s \rightarrow \infty$ in einem Winkelraum auf Grund von Voraussetzungen über das asymptotische Verhalten von $F(t)$ für $t \rightarrow 0$	473
§ 2. Verhalten für $s \rightarrow \infty$ in einer Halbebene auf Grund von Voraussetzungen über die Ableitungen von $F(t)$	477
§ 3. Verhalten für $s \rightarrow \infty$, wenn $F(t)$ in einem Intervall rechts von 0 verschwindet	481
15. Kapitel: Abelsche Sätze für das komplexe Umkehrintegral	485
§ 1. Verhalten des komplexen Umkehrintegrals für $t \rightarrow \pm \infty$ auf Grund gleichmäßiger Konvergenz	485
§ 2. Verhalten für $t \rightarrow + \infty$, wenn $f(s)$ links, und für $t \rightarrow - \infty$, wenn $f(s)$ rechts vom Integrationsweg eine isolierte singuläre Stelle besitzt	488
§ 3. Verhalten für $t \rightarrow + \infty$ auf Grund des asymptotischen Verhaltens von $f(s)$ an einer Stelle links vom Integrationsweg	494
§ 4. Verhalten des Umkehrintegrals mit winkelförmigem Integrationsweg für $t \rightarrow \infty$ auf Grund des asymptotischen Verhaltens von $f(s)$ im Scheitelpunkt	496
§ 5. Verhalten des Umkehrintegrals für $t \rightarrow 0$ auf Grund des asymptotischen Verhaltens von $f(s)$ für $s \rightarrow \infty$ in einer Halbebene	502
16. Kapitel: Taubersche Sätze für die Laplace-Transformation	505
§ 1. Taubersche Sätze reeller Art	505
§ 2. Taubersche Sätze funktionentheoretischer Art	524

Anhang

Formeln	531
Ungleichungen	532
Reelle Analysis	532
Das uneigentliche Riemannsches Integral	535
Das Lebesguesche Integral	538
Grenzübergang unter dem Lebesgueschen Integral	539
Grenzübergang unter dem Riemannsches Integral	540
Darstellung von Doppelintegralen durch iterierte einfache Integrale. Vertauschung von Integralen	541
Integration einer Reihe über ein unendliches Intervall	542
Allgemeine Sätze über das Integral	542
Abgeschlossenheit und Vollständigkeit von Folgen	544
Funktionentheorie	545
Literarische und historische Nachweise	549
Bücher über die Laplace-Transformation	561
Literaturverzeichnis	563
Sachregister	577