

目 次

1. 集合と写像	1
1.1 集合	1
1.1.1 集合の概念	1
1.1.2 部分集合	1
1.1.3 和集合と共通集合	2
1.1.4 集合の直積	3
1.2 写像	4
1.2.1 写像の概念	4
1.2.2 写像の積	7
1.3 演算	9
問題 1	13
2. 群の概念	14
2.1 群の定義	14
2.2 群の簡単な性質	16
2.3 加群	18
2.4 部分群	19
2.4.1 部分群の定義	19
2.4.2 巡回部分群	23
2.4.3 いくつかの元で生成される部分群	27
2.5 対称群・交代群	28
2.5.1 対称群	28
2.5.2 交代群	29

2.6 同 型	36
2.7 変換群と対称性	39
2.7.1 自己同型群	39
2.7.2 対称性	40
2.7.3 多面体群	43
問 題 2.....	47
3. 部分群・剩余類	48
3.1 同値関係と類別	48
3.1.1 類 別	48
3.1.2 同値関係	48
3.1.3 同値関係と類別	49
3.2 剩 余 類	50
3.3 巡回群の部分群	53
3.4 共 役	55
問 題 3.....	60
4. 正規部分群・剩余群	61
4.1 正規部分群	61
4.2 剩 余 群	63
4.3 準同型写像	64
4.4 交換子群・可解群	68
問 題 4.....	73
5. 直 積・組 成 列	75
5.1 直 積	75

5.1.1 与えられた群の直積	75
5.1.2 部分群の直積	77
5.2 組成列	81
問題 5	86
6. アーベル群	88
6.1 自由アーベル群	88
6.1.1 階数	88
6.1.2 自由アーベル群の部分群	89
6.2 アーベル群の基本定理	91
6.3 直既約なアーベル群	94
6.4 有限アーベル群	95
6.4.1 p -成分	95
6.4.2 指標群	96
問題 6	98
7. 有 限 群	100
7.1 両側分解	100
7.2 p 群	101
7.3 シロー (Sylow) の定理	102
7.4 べき零群	106
7.5 置換群	109
7.5.1 可移群	109
7.5.2 置換表現	111
問題 7	119

8.	一次変換群・表現論	121
8.1	二次形式・エルミート形式	121
8.1.1	二次形式・エルミート形式	121
8.1.2	一次変換	122
8.1.3	正值形式	123
8.2	一次変換群	125
8.3	群の表現	127
8.4	シュアー (Schur) の補題	130
8.5	ユニタリー行列による表現	131
8.6	指標	132
8.6.1	指標	132
8.6.2	指標の第1直交関係	134
8.6.3	既約表現の重複度	137
8.6.4	指標の第2直交関係	139
8.7	誘導表現	142
8.8	群の直積の表現・表現の積	145
	問 題 8	147
	問題解答の指針	148
索	引	153

