

目 次

はしがき

第1章 整 数	1
§1 集 合	1
§2 数学的帰納法と除法の定理	3
§3 最大公約数	9
§4 最小公倍数	13
§5 素数, 素因数分解	14
§6 同値関係, 合同式	22
§7 1 次の合同式	27
§8 2 つの整数論的関数	33
§9 Euler の定理と Fermat の定理	37
第2章 群	39
§1 写 像	39
§2 群とその例	45
§3 部分群と生成系	51
§4 剰余類分解	57
§5 正規部分群と商群	60
§6 準同型写像	65
§7 自己同型写像, 共役類	74
§8 巡 回 群	78
§9 置 換 群	81
§10 置換表現, 群の集合への作用	89
§11 直 積	96
§12 Sylow の定理	101

第3章 環と多項式	107
§1 環とその例	107
§2 整域, 体	111
§3 イデアルと商環	116
§4 $\mathbb{Z}$ の商環	120
§5 準同型写像	123
§6 商 の 体	130
§7 多項式環	135
§8 体の上の多項式, 単項イデアル整域	140
§9 素元分解とその一意性	144
§10 $\mathbb{Z}[i]$ の素元	153
§11 多項式の根, 代数的閉体	156
§12 $\mathbb{Z}$ または $\mathbb{Q}$ の上の多項式	158
§13 多変数の多項式	167
第4章 ベクトル空間, 加群	170
§1 ベクトル空間	170
§2 基底と次元	177
§3 線型写像	182
§4 線型写像の空間, 双対空間	186
§5 線型写像と行列	191
§6 加 群	199
§7 自由加群とその階数	204
§8 単項イデアル整域の上の加群	208
§9 加群の構造定理	212
§10 一意性の証明	221
§11 Jordan の標準形	224
第5章 体 論	229
§1 体の拡大	229

§2	多項式の根	231
§3	単純拡大	235
§4	有限拡大と代数拡大	240
§5	分解体	243
§6	重根と導多項式	247
§7	自己同型群と固定体	250
§8	正規拡大	256
§9	Galois 理論の基本定理	261
§10	有限分離拡大の単純性	266
§11	有限体	268
§12	1 のべき根(累乗根)	273
§13	可解群	278
§14	交代群の単純性	280
§15	3 次方程式の解法	283
§16	べき根による方程式の可解性	286
§17	定規とコンパスによる作図	292
第6章 実数, 複素数		299
§1	順序環	299
§2	Archimedes 的順序体, 完備性	302
§3	完備性の他の条件	305
§4	実数体の構成	309
§5	実数体の性質	315
§6	複素数	317
§7	基本定理の証明	322
付録 自然数		326
§1	Peano の公理と帰納的定義	326
§2	自然数の加法, 乗法	329
§3	自然数の大小	331

§ 4 整数の構成	334
補 遺	337
問題解答	343
索 引	371

