

目 次

増訂版の上梓に際して

初版の序

第 1 章 実函数の微分

1.1	函数の連続性	1
1.2	微分係数	3
1.3	函数の和, 差, 積および商の微分法	4
1.4	平均値の定理	6
1.5	Taylor の定理	7
1.6	函数の展開	9
1.7	二つの変数を有する函数の連続性	11
1.8	偏微分係数	12
1.9	微分順序の交換	13
1.10	全微分	14
1.11	方向微分	16
1.12	Taylor の定理の拡張	18
1.13	陰函数の微分法	19
1.14	函数行列式	21
1.15	函数行列式の一性質	23
1.16	行列式の微分	26

問 題

第 2 章 微分幾何

2.1	空間曲線の接線と法平面	31
2.2	接触平面と曲率	33
2.3	空間曲線の三稜	35
2.4	曲線の捩率	36
2.5	曲面の接平面と法線	38
2.6	曲面の規格量	40
2.7	二曲線間の角と面積要素	42

2.8	曲面の曲率	43
2.9	曲面の主曲率	44
2.10	曲面の形態	47
2.11	共役方向と曲率線	48
2.12	測地線	50
2.13	曲線座標	50
2.14	曲線座標に関する諸関係	53
2.15	円柱座標と球座標	58
2.16	回転曲面	59
2.17	楕円座標	61
	問 題	

第3章 実函数の積分

3.1	Riemann 積分	66
3.2	積分の定義の拡張	68
3.3	積分学の平均値の定理	72
3.4	多くの変数の函数の積分	74
3.5	積分変数の変換	76
3.6	パラメータを含む函数の積分	79
3.7	定積分の例題	83
3.8	Dirichlet の積分	89
3.9	Fourier 積分	92
3.10	曲線積分	95
3.11	曲面積分	97
3.12	Gauss の積分定理	100
3.13	Green の定理	102
3.14	Green の公式	104
3.15	Stokes の定理	106
3.16	立体角	108
3.17	微分式の変換	111
	問 題	

第4章 無限級数

4.1	無限級数の収束	119
4.2	絶対収束級数	120

4.3	条件つき収束級数	121
4.4	級数の乗法	124
4.5	Cesàro の総和法	125
4.6	二重級数	125
4.7	関数列および級数の一様収束	127
4.8	一様収束級数の性質	131
4.9	ベキ級数	133
4.10	Abel の定理	136
4.11	直交関数系	138
4.12	近似多項式定理	142
4.13	Hermite および Laguerre の多項式	144
4.14	Fourier 級数	148
4.15	Fourier 級数の種々の形	151
4.16	Fourier 級数の例題	152
4.17	漸近級数	155
4.18	無限乗積	159
4.19	無限乗積の一様収束	160
	問題	

第5章 複素変数の函数

5.1	複素数の初等演算	166
5.2	極限值と級数	167
5.3	函数の連続性	168
5.4	微分係数	169
5.5	初等函数	170
5.6	等角写像	173
5.7	一価函数の特異点	178
5.8	多価函数と分岐点	180
5.9	Riemann 面	183
5.10	複素函数の積分	187
5.11	留数の定理	188
5.12	実函数の積分	191
5.13	有理函数の積分	195
5.14	Cauchy の積分表示	196
5.15	Taylor の定理	200

5.16	解析接続	201
5.17	Laurent の定理	202
5.18	函数の有理分数表示	204
5.19	函数の無限乗積表示	205
5.20	Γ 函数	206
5.21	Γ 函数の応用例	213
5.22	楕円積分	221
	問 題	

第 6 章 微分方程式の初等解法

6.1	一階常微分方程式	229
6.2	解の存在	231
6.3	簡単な一階微分方程式(第一)	234
6.4	積分因数	240
6.5	簡単な一階微分方程式(第二)	242
6.6	特異解	245
6.7	直交曲線	248
6.8	二階微分方程式	250
6.9	階数を下げること	252
6.10	定数変化法	256
6.11	不定係数法	257
6.12	連立微分方程式	258
6.13	第一積分	262
6.14	三つの変数を含む全微分方程式	264
6.15	定積分による解法	266
	問 題	

第 7 章 線型微分方程式

7.1	二階線型微分方程式	272
7.2	基準形	274
7.3	同次線型微分方程式	276
7.4	線型微分方程式	278
7.5	定係数の同次線型微分方程式	280
7.6	定係数の線型微分方程式	283
7.7	連立一階線型微分方程式	286

7.8	定係数の連立一階線型微分方程式	288
7.9	質点系の小振動	291
7.10	二階線型微分方程式の解の根	292
7.11	複素変数の線型微分方程式	295
7.12	確定特異点付近の解	297
7.13	前節の特別な場合. Frobenius の方法	302
7.14	Riemann の微分方程式	304
7.15	超幾何微分方程式	305
7.16	Legendre の微分方程式	308
7.17	Bessel の微分方程式	310

問 題

第8章 偏微分方程式

8.1	一階偏微分方程式	316
8.2	一階偏微分方程式の構成	317
8.3	一階線型偏微分方程式	320
8.4	解の分類	322
8.5	Charpit の方法	325
8.6	Jacobi の方法	330
8.7	Hamilton-Jacobi の方程式	333
8.8	二階偏微分方程式	338
8.9	Monge の方法	339
8.10	二階線型偏微分方程式	344
8.11	定係数の二階線型偏微分方程式	347
8.12	定積分による解法	350
8.13	初期値問題	352
8.14	境界値問題	357

問 題

第9章 実函数の変分

9.1	変分学の問題	364
9.2	第一変分	364
9.3	Euler の微分方程式	366
9.4	簡単な例題	367
9.5	多くの函数の場合	370

9.6	高階の導関数を含む場合	372
9.7	多くの独立変数がある場合	375
9.8	定数の変値	377
9.9	変じうる境界条件(第一)	379
9.10	変じうる境界条件(第二)	382
9.11	等周問題	388
9.12	条件付変分法	393
	問 題	

第10章 球 函 数

10.1	Legendre の多項式	399
10.2	Schläfli の積分	403
10.3	第一種 Legendre 函数の漸化式	405
10.4	第一種 Legendre 函数の積分表示	406
10.5	第一種 Legendre 函数を含む積分	409
10.6	Legendre の多項式による函数の展開	412
10.7	Legendre の多項式の零点とそのグラフ	416
10.8	整数次の第二種 Legendre 函数	418
10.9	一般の第二種 Legendre 函数	422
10.10	P_n および Q_n の陪函数	425
10.11	Heine の陪函数	427
10.12	球函数	429
10.13	球面函数の積分定理	432
10.14	球函数による函数の展開	434
10.15	球面分布によるポテンシャル	435
10.16	円輪と円板のポテンシャル	437
	問 題	

第11章 円柱函数

11.1	Bessel 函数	444
11.2	J 函数の加法定理	445
11.3	円柱函数の基本関係	446
11.4	J 函数を含む簡単な積分	448
11.5	Lommel の積分定理	453
11.6	J 函数の零点	455

11.7	J 函数による函数の展開	456
11.8	第二種円柱函数	462
11.9	J 函数と Y 函数との関係	464
11.10	次数が半奇数の J 函数と Y 函数	466
11.11	複素積分による解法	467
11.12	第三種円柱函数	470
11.13	H 函数と J 函数, Y 函数との関係	472
11.14	複素積分による他の解法	475
11.15	円柱函数の漸近級数	481
11.16	Hankel の逆関係	484
11.17	円柱函数で解きうる微分方程式	486
11.18	Bessel 函数の変形	489
11.19	ber, bei, ker, kei 函数	492

問題

第 12 章 楕円函数

12.1	周期函数	497
12.2	周期函数の性質	499
12.3	楕円函数	500
12.4	二位の楕円函数	504
12.5	Weierstrass の楕円函数	507
12.6	\wp 函数の導函数	510
12.7	\wp 函数の展開式	513
12.8	\wp 函数の加法定理	514
12.9	\wp の逆函数	515
12.10	ζ 函数	520
12.11	σ 函数	522
12.12	ζ 函数の加法定理	523
12.13	楕円函数の表示法	525
12.14	σ_n 函数	529
12.15	\wp 函数	531
12.16	$\wp(0)$ の値	534
12.17	\wp 函数の展開	535
12.18	Jacobi の虚数変換	537
12.19	Jacobi の楕円函数	539

12.20	sn 函数の加法定理	544
12.21	\wp 函数と sn 函数との関係	546
12.22	σ 函数と \wp 函数との関係	547
12.23	Θ, Z 函数	550
12.24	楕円函数の計算	551
12.25	楕円積分 (I)	553
12.26	楕円積分 (II)	558
	問 題	

第 13 章 積分方程式

13.1	積分方程式の種類	565
13.2	Volterra の第二種積分方程式	567
13.3	Volterra の第一種積分方程式	570
13.4	Abel の問題	572
13.5	Fredholm の第二種積分方程式	574
13.6	Fredholm の解法	576
13.7	$D(\lambda)$ の小函数	580
13.8	$D(\lambda) = 0$ と同次積分方程式	582
13.9	共役積分方程式	585
13.10	$D(\lambda) = 0$ と第二種積分方程式	586
13.11	固有値および固有函数	588
13.12	対称核	589
13.13	固有函数による核の展開	594
13.14	完全な核	597
13.15	固有函数による任意の函数の展開	597
13.16	Schmidt の解法	599
	問 題	

第 14 章 境界値問題

14.1	常微分方程式と境界値	606
14.2	Green 函数	608
14.3	同次でない微分方程式	612
14.4	同次型境界値問題	614
14.5	同次型境界値問題の例	616
14.6	特殊の場合	622

14.7	同次型でない境界値問題	624
14.8	広義の Green 函数	626
14.9	二つの変数に対する Green 函数	630
14.10	楕円型同次微分方程式	631
14.11	写像函数の応用	635
14.12	楕円型微分方程式	638
14.13	三つの変数に対する Green 函数	639
14.14	ポテンシャルに関する境界値問題	642
14.15	Neumann 問題	643
14.16	球に関する Dirichlet 問題	644
14.17	球に関する Neumann 問題	645
14.18	変数分離による Laplace の方程式の解法	647
14.19	Riemann 積分法	651
14.20	Riemann 積分法の応用例	654
14.21	電信方程式	657
14.22	波動方程式の Cauchy の解法	661
14.23	熱伝導方程式	667
14.24	球の中の熱伝導	668
	問 題	
付 録		674
問題解答と註		682
索 引		701