



# 目 次

## 1. フラクタルとは何か？

1.1 特徴的な長さ .....	1
1.2 フラクタル .....	5
1.3 フラクタル次元 .....	7
1.4 基本的なフラクタル .....	25
a. カントール集合と悪魔の階段 .....	25
b. シルピンスキーのギャスケット .....	27
c. ド・ウィースのフラクタル .....	27
d. レビのダスト .....	29
tea time ミクロとマクロ .....	31

## 2. 自然界のフラクタル

2.1 地学関係 .....	32
a. 地形 .....	32
b. 川 .....	34
c. 地震 .....	36
2.2 生物関係 .....	36
a. 肺や血管の構造 .....	36
b. 植物の構造と虫の数 .....	38
2.3 宇宙関係 .....	39
a. 星の空間的分布 .....	39
b. クレーター，小惑星の直径分布 .....	40
c. 土星の輪 .....	41
2.4 物理化学関係 .....	42
a. 固体表面 .....	42

b.	凝集体	43
c.	ヴィスカスフィンガー	46
d.	放電パターン	47
e.	高分子	48
f.	相転移 (パーコレーション)	49
g.	乱流	54
h.	ランダムウォーク	57
i.	緩和過程 (アモルファス・高分子)	58
j.	ジョセフソン接合	60
k.	分子のスペクトル	62
2.5	その他の分野	64
a.	1/f 雑音	64
b.	通信系のエラー	65
c.	所得の分布	65
d.	株価の変動	67
e.	ジップの法則	68
tea time	フラクタルもどき	70

### 3. コンピュータのフラクタル

3.1	凝集体	72
3.2	カオスと写像	74
a.	奇妙なアトラクター	74
b.	写像によるカオス	80
c.	写像によるフラクタル	86
3.3	ランダムクラスター	89
a.	パーコレーション	89
b.	スピン系のクラスター	90
3.4	放電と破壊のパターン	91
3.5	ランダムウォーク	97

3.6	オートマトン	99
3.7	パソコンのプログラムリスト	102
a.	コッホ曲線	103
b.	レビのダスト	104
c.	凝集体	104
d.	ローレンツ系	105
e.	ヘノン写像のアトラクター	106
f.	ジュリア集合	107
g.	パーコレーション	108
h.	自己回避ランダムウォーク	108
i.	オートマトン	110
j.	非整数ブラウン運動	110
tea time	バーナード・メダル	113

#### 4. 理論的なフラクタルモデル

4.1	乱流モデル	114
4.2	フラクタル上のランダムウォーク	118
a.	スペクトル次元	118
b.	ロングタイムテイル	122
4.3	悪魔の階段	126
tea time	学会と研究会	130

#### 5. フラクタルを扱う数学的方法

5.1	くりこみ群	131
5.2	安定分布	137
5.3	次元解析	145
5.4	非整数階の微積分	149
tea time	安定分布	153

## 6. フラクタルの拡張と注意

6.1	フラクタル次元の拡張	154
6.2	種々の次元のまとめ	161
6.3	時系列データの処理の方法	165
6.4	数学的補足	169
a.	ハウスドルフ次元の求め方	169
b.	ルベグ測度とハウスドルフ測度	170
c.	カントール集合のもつある性質	171
d.	トポロジカル次元の定義	171
e.	$D_q$ の微分同型変換不変性	172
f.	フラクタル集合の直積, 交わり, 射影	172
g.	フラクタル集合の微分可能性	173
h.	グラフのフラクタル次元について	174
i.	フラクタルランダムウォークの性質	174
tea time	フラクタル的世界観	176
参考文献		177
索引		183

