



## 目 次

<b>1</b>	<b>現代数学の転機</b>	<b>11</b>
	若き天才の登場	11
	数学者の誇り	12
	数学をゆるがすゲーデルの発見	14
<b>2</b>	<b>数学は無矛盾か？</b>	<b>17</b>
	数学の公理的基礎	17
	純粹数学とは何か	21
	数学は無矛盾か	24
	抽象的体系とそのモデル	26
	リーマンの幾何学	29
	ヒルベルトの望み	32
	二律背反の脅威	35

<b>3</b>	<b>数学から超数学へ .....</b>	<b>38</b>
	無意味な数学.....	38
	数学と超数学.....	40
	無矛盾の絶対的証明.....	45
	超チェス定理.....	47
<b>4</b>	<b>形式論理の体系化 .....</b>	<b>50</b>
	習慣という名の目隠し.....	50
	論理学のルネッサンス.....	53
	数学は論理学の1章にすぎない？ .....	56
<b>5</b>	<b>絶対的証明の成功例.....</b>	<b>60</b>
	言明論理の初步.....	60
	言明論理の規則.....	62
	言明論理の公理.....	64
	無矛盾の問題.....	66
	超数学的推論.....	68

トートロジー.....	70
言明論理の無矛盾性.....	72
公理系の完全性.....	73

## 6 写像とその応用 ..... 76

ゲーデルの絶望的な宣告.....	76
証明しえない真理.....	78
定義の整列.....	79
リシャール数.....	81
リシャールのパラドックス.....	82
写 像.....	84
ゲーデルの証明の鍵.....	85

## 7 ゲーデルの証明 ..... 89

A ゲーデル数.....	89
定項記号とそのゲーデル数.....	90
変項記号とそのゲーデル数.....	92
式のゲーデル数.....	94

派生記号とその扱い.....	95
式系列のゲーデル数.....	96
表現とゲーデル数との1対1対応.....	97
<b>B 超数学の算術化.....</b>	<b>100</b>
超数学的言明を表わす算術式.....	101
数の超数学的特徴づけ.....	104
数と数詞について.....	107
<b>C ゲーデルの議論の核心 .....</b>	<b>111</b>
議論のあらすじ.....	111
ゲーデル式Gの構成.....	113
Gは決定できない.....	117
不完全性定理.....	119
算術の無矛盾性の証明について.....	121
ゲーデル以後.....	124
<b>8 結論——創造的な理性の力.....</b>	<b>126</b>
機械は人間にとて代われるか？.....	128

## 補 説

1 算術の公理 .....	131
2 数学的推論の論理 .....	132
3 トートロジーについて .....	138
4 ゲーデルの証明とロッサーの定理 …	144
5 ゲーデルと実在論 .....	146
訳者あとがき .....	149
索 引 .....	159