



# 目次

第 2 章	ベクトル空間	107
§ 2.1	ベクトル空間	107
(a)	ベクトル空間の定義	107
(b)	ベクトルの独立性, 従属性	108
(c)	ベクトル空間の次元と基底	110
(d)	行列の列の独立性と行列の階数	112
(e)	ベクトルのノルム	113
§ 2.2	部分空間, 補空間	115
(a)	部分空間	115
(b)	部分空間の共通部分と和	116
(c)	補空間, 商空間	118
§ 2.3	線形写像	119
(a)	線形写像と行列表現	119
(b)	線形写像のノルム	122
(c)	零空間と像空間	125
(d)	不変部分空間	126
§ 2.4	双対ベクトル空間	128
(a)	線形形式, 双対空間, スカラー積	128
(b)	双対基底	128
(c)	反傾変換, 双対変換, 対称変換	129
§ 2.5	双線形形式と 2 次形式	130
(a)	双線形形式	130
(b)	複素共役線形形式, 複素双線形形式	132
(c)	2 次形式, Hermite 形式	133

(d) 定符号形式, 内積, 計量	136
(e) 交代形式	138
§ 2.6 正規直交系	139
§ 2.7 射影	143
(a) 射影	143
(b) 正射影	146
演習問題	147
<b>第 3 章 線形方程式系</b>	<b>153</b>
§ 3.1 線形方程式系	153
§ 3.2 有理解法	154
§ 3.3 解の存在と一意性	157
(a) 解の存在条件	157
(b) 解の一意性条件	159
(c) 解空間の基底表現	161
§ 3.4 反復解法	162
(a) 線形反復解法とその収束性	162
(b) Jacobi 反復	164
(c) Gauss-Seidel 反復	166
(d) その他の反復	167
§ 3.5 特殊な形の線形方程式系	168
(a) 巡回行列を係数行列とする方程式系	168
(b) Toeplitz 行列を係数行列とする方程式系	169
(c) Sylvester の方程式	172
§ 3.6 最小二乗法	173
演習問題	176
<b>第 4 章 固有値</b>	<b>179</b>
§ 4.1 固有値と固有ベクトル	179
§ 4.2 Schur 形と応用	182
(a) Schur 形	182

(b) ユニタリ相似(ユニタリ合同)変換による行列の対角化	190
(c) Gershgorin の定理と一般化	191
(d) Hermite 行列の固有値に関する最大・最小定理, Rayleigh 商	194
(e) 固有値の摂動	200
§ 4.3 Cayley-Hamilton の定理	202
§ 4.4 最小消去多項式, 最小多項式	204
(a) Krylov 列と巡回部分空間	205
(b) 消去多項式	206
(c) 最小多項式	207
(d) $A - xI$ の単因子	208
§ 4.5 Kronecker 積の固有値	213
§ 4.6 値域	213
演習問題	217
<b>第 5 章 行列の標準形と応用</b>	<b>225</b>
§ 5.1 既約形	225
(a) 既約形	225
(b) 周期標準形	227
§ 5.2 Dulmage-Mendelsohn 形	229
§ 5.3 組合せ正準形	230
(a) 組合せ正準形	230
(b) ブロック階数	232
§ 5.4 階数標準形	232
§ 5.5 Sylvester 形	234
§ 5.6 整数行列の Hermite 標準形, Smith 標準形	235
(a) Hermite 標準形	235
(b) Smith 標準形	235
(c) 整数 Farkas 定理	236
§ 5.7 有理標準形	238

§ 5.8	Jordan 標準形	238
(a)	Jordan 標準形	238
(b)	有理標準形との関係	239
(c)	固有空間と一般化固有ベクトルの構造	240
(d)	線形反復	241
(e)	行列多項式, 行列関数	243
(f)	微分方程式, 差分方程式	246
(g)	レゾルベントと摂動	248
§ 5.9	特異値標準形	251
<b>第 6 章</b>	<b>一般逆行列</b>	<b>255</b>
§ 6.1	一般逆変換と一般逆行列	255
§ 6.2	最小ノルム形一般逆行列	257
§ 6.3	最小誤差形一般逆行列	259
§ 6.4	反射形一般逆行列	260
§ 6.5	Moore-Penrose 形一般逆行列	261
<b>第 7 章</b>	<b>非負行列</b>	<b>265</b>
§ 7.1	非負行列, $M$ 行列	265
(a)	非負行列, $M$ 行列	265
(b)	Perron-Frobenius の定理	269
§ 7.2	確率行列と Birkhoff の定理	272
(a)	確率行列	272
(b)	二重確率行列と Birkhoff の定理	275
<b>第 8 章</b>	<b>行列束</b>	<b>279</b>
§ 8.1	行列束	279
§ 8.2	一般化固有値問題と正則な行列束	281
§ 8.3	一般の行列束の標準形	283
あとがき		285

索引 . . . . . 287