目　　次

刊行にあたって

前篇　現代解析入門(藤田　宏)

はじめに ……………………………………… 1

第1章　Fourier 級数

§1.1　ことのおこり ……………………………… 5
§1.2　Fourier 級数の簡単な性質 ……………………… 9
§1.3　複素 Fourier 級数 ……………………………… 17
§1.4　区分的に滑らかな関数の Fourier 級数 ………………… 24
§1.5　Fourier 級数の L^2 収束 ………………………… 27
§1.6　Fourier 級数の各点収束 ………………………… 43

第2章　Fourier 変換

§2.1　予備的考察 ……………………………………… 57
§2.2　急減少関数の族 $\mathcal{S}(\boldsymbol{R}^1)$ ……………………… 60
§2.3　$\mathcal{S}(\boldsymbol{R}^1)$ における Fourier 変換 ………………… 62
§2.4　たたみ込みと Fourier 変換 ……………………… 68
§2.5　区分的に滑らかな関数の Fourier 変換 ………………… 71
§2.6　応用例 ……………………………………… 74
§2.7　多変数の Fourier 変換 ………………………… 79

第3章　常微分方程式

§3.1　導　入 ……………………………………… 85
§3.2　1階常微分方程式 ……………………………… 89
§3.3　1階常微分方程式の求積法 ……………………… 103
§3.4　定数係数の線型方程式 ………………………… 110
§3.5　定数係数の線型方程式(つづき) …………………… 120

第4章 常微分方程式(つづき)

§4.1 初期値問題 ······ 135
§4.2 境界値問題 ······ 143
§4.3 固有値問題 ······ 156

第5章 超 関 数

§5.0 予 備 ······ 179
§5.1 超関数の定義 ······ 182
§5.2 超関数の基本演算 ······ 189
§5.3 台が有界な超関数 ······ 205
§5.4 緩増加な超関数 ······ 224
§5.5 多変数の超関数 ······ 234

参 考 書 ······ 239

後篇 測度と積分(吉田耕作)

ま え が き ······ 245

第1章 序 論

§1.1 Riemann の和. Darboux の定理 ······ 247
§1.2 Riemann 可積分性についての du Bois-Reymond の定理と Lebesgue の定理 ······ 250
§1.3 Lebesgue の和. Lebesgue 積分 ······ 254

第2章 (完全加法的)測度

§2.1 n 次元 Euclid 空間 $\boldsymbol{R}^n$ における Lebesgue 測度 ······ 259
§2.2 Carathéodory の測度論 ······ 262
§2.3 Carathéodory の方法による Lebesgue 測度の導入 ······ 268
§2.4 Lebesgue 可測でない集合の存在. Solovay の公理 ······ 276
§2.5 Hopf の拡張定理. Lebesgue-Stieltjes 測度 ······ 278

第3章　可測関数

§3.1　可測空間における可測関数 ……………………………… 285
§3.2　可測関数による写像の逆像．Borel 可測性と Lebesgue 可測性 ……………………………… 290
§3.3　測度空間における可測関数 ……………………………… 292
§3.4　Egorov の定理と Lusin の定理 ……………………………… 295
§3.5　測度空間の Lebesgue 式拡張による完備化 ……………………………… 297

第4章　(Lebesgue 式)積分

§4.1　Saks の和．Lebesgue 式の定積分の定義 ……………………………… 303
§4.2　Fatou の補題 ……………………………… 307
§4.3　定積分の加法性と線型性 ……………………………… 311
§4.4　Levi および Lebesgue の項別積分定理．被積分関数の削減(mutilation)による定積分の近似 ……………………………… 317
§4.5　Riemann 積分と Lebesgue 積分．Lebesgue 積分の Riemann 積分による近似 ……………………………… 321
§4.6　関数間の距離 $\mathrm{dis}(f,g)=\left(\int_S |f(x)-g(x)|^p \mu(dx)\right)^{1/p}$ および関数列の平均収束 ……………………………… 324

第5章　$\boldsymbol{R}^1$ における微分と積分の関係

§5.1　Dini の導来数 ……………………………… 330
§5.2　区間のすべての点で有限な微分係数をもたない連続関数の例．任意の零集合のすべての点で微分係数が $+\infty$ になる連続関数の例 ……………………………… 332
§5.3　Vitali の被覆定理 ……………………………… 337
§5.4　単調非減少関数の微分に関する Lebesgue の定理 ……………………………… 340
§5.5　Fubini の項別微分定理と Lebesgue の密度定理 ……………………………… 343
§5.6　有界変動関数の微分 ……………………………… 345
§5.7　微分と積分の関係(1)．原始関数と不定積分との一致するための条件 ……………………………… 348
§5.8　微分と積分の関係(2)．可積分関数の不定積分の(狭義)絶対連続性 ……………………………… 354
§5.9　有界変動関数の Lebesgue 分解．Lebesgue の特異関数 ……………………………… 358

§5.10 部分積分と置換積分 …… 360
§5.11 曲線の長さ …… 363
§5.12 Denjoy 積分について …… 366

第6章 多重積分と反復積分. Fubini の定理

§6.1 直積空間における可測性 …… 369
§6.2 積測度の存在と一意性 …… 373
§6.3 Fubini の定理 …… 377
§6.4 Euclid 空間の積測度 …… 380

第7章 完全加法的集合関数

§7.1 完全加法的集合関数の値域 …… 383
§7.2 Hahn 分解 …… 385
§7.3 Jordan 分解 …… 388
§7.4 絶対連続性と特異性. Lebesgue 分解 …… 391
§7.5 可積分関数の不定積分の特徴付けとしての Radon-Nikodym の定理 …… 395
§7.6 完全加法的集合関数列の極限に関する Vitali-Hahn-Saks の定理 …… 400
§7.7 有限加法的集合関数の，完全加法的集合関数と純有限加法的集合関数の和への分解 …… 405
§7.8 $\boldsymbol{R}^k$ における完全加法的集合関数の微分についての Lebesgue の定理 …… 406

参考書 …… 415

解答・ヒント …… 417

索引