目　　次

1. 記号論理と集合

1.1 情報工学における記号論理と集合の役割 …… 1

1.2 命題と述語 …… 2

1.3 写　　像 …… 3

1.3.1 写像の同一性 …… 4
1.3.2 全射・単射・全単射 …… 5
1.3.3 合成写像，逆写像など …… 6
1.3.4 部分写像 …… 7

1.4 真理関数 …… 8

1.4.1 $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ の定義 …… 8
1.4.2 真理関数の基本的性質 …… 11
1.4.3 真理関数の標準形 …… 15
1.4.4 真理関数における基本的演算 …… 21

1.5 命題関数 …… 23

1.5.1 $\forall$, $\exists$ の定義 …… 26
1.5.2 $\forall$, $\exists$ の基本的性質 …… 29
1.5.3 冠頭標準形 …… 33

1.6 記号論理 …… 37

1.6.1 記号論理の方法による概念の記述と理論の展開 …… 37
1.6.2 命題論理と述語論理 …… 39
1.6.3 論理の公理化 …… 40
1.6.4 いろいろな論理体系について …… 42

1.7 集　　合 …… 45

1.7.1 集合概念 …… 46
1.7.2 集合上の演算とそれによって定義される集合 …… 48
1.7.3 類別と同値関係 …… 52

1.7.4 有限集合と無限集合……55
1.7.5 順 序 集 合……62
演 習 問 題……65

2. 代 数 系

2.1 情報工学に現れる代数系……67
2.2 代数的構造とその諸例……67
2.2.1 “数” における加法と乗法の性質……68
2.2.2 演算の性質の抽象化……70
2.2.3 同型と準同型……72
2.2.4 半 群……73
2.2.5 群……75
2.2.6 環……78
2.2.7 体……82
2.2.8 線 型 空 間……84
2.3 ガ ロ ア 体……88
2.3.1 ガロア体の標数と素体 Z_p……89
2.3.2 $GF(P^n)$ の例……92
2.3.2 ガロア体と符号系……93
2.4 束とブール代数……99
2.4.1 束……100
2.4.2 ブ ー ル 代 数……106
2.4.3 ブール代数 B_0 と B_0 上のブール関数……110
2.5 圏（カテゴリ）と関手……117
2.5.1 圏……117
2.5.2 関 手……119
2.5.3 自 然 変 換……121
演 習 問 題……122

3. 形式的体系とモデル

3.1 情報工学における形式的体系とその解釈……124
3.2 形 式 的 体 系……125

3.2.1 形式的体系を記述する言語 ……… 125
3.2.2 $\mathfrak{T}$ の公理系 $\mathcal{A}$ ……… 127
3.2.3 論理の公理系 ……… 129
3.2.4 証明可能な論理式 ……… 129

3.3 形式的に計算可能な関数 ……… 131

3.3.1 $\mathfrak{C}$ の形式的言語 $\mathcal{L}_{\mathfrak{C}}$ ……… 131
3.3.2 $\mathfrak{C}$ における演繹 ……… 132
3.3.3 $\mathfrak{C}$ で定義される自然数上の関数 ……… 134
3.3.4 諸　　例 ……… 135

3.4 形式的体系の算術化 ……… 137

3.5 形式的体系のモデル ……… 140

3.5.1 形式的体系の解釈とモデル ……… 141
3.5.2 プログラムとその解釈 ……… 143

演習問題 ……… 146

4. 計　算　論

4.1 計算論の対象 ……… 147

4.2 アルゴリズム ……… 148

4.3 原始帰納的関数と帰納的関数 ……… 150

4.3.1 関数におけるアルゴリズムの記述 ……… 150
4.3.2 帰納的関数と原始帰納的関数 ……… 152
4.3.3 帰納的述語と原始帰納的述語 ……… 153
4.3.4 諸例および基本的性質 ……… 154
4.3.5 グルツェゴルスチクの階層 ……… 166
4.3.6 帰納的手続き，原始帰納的手続き ……… 168

4.4 抽象的計算機械 ……… 169

4.4.1 抽象的計算機械 $\mathcal{M}$ ……… 170
4.4.2 $\mathcal{M}$ で計算可能な関数 ……… 173
4.4.3 計算機械 $\mathcal{M}$ の算術化 ……… 175

4.5 T述語とその性質 ……… 179

4.5.1 T　述　語 ……… 179
4.5.2 帰納的集合 ……… 186
4.5.3 クリーニの階層 ……… 189

4.6 決 定 問 題 ……………………………………………………192
4.7 計算の複雑さの分類 ……………………………………………195
4.7.1 アルゴリズムの良否と，それに関わる諸因子 ……………196
4.7.2 ル ー プ 階 層 ……………………………………………197
4.7.3 “実際に計算できる関数” についての考察……………………202
演 習 問 題 ……………………………………………………207

5. 組 合 せ 数 学

5.1 情報工学と組合せ数学 ……………………………………………209
5.2 配置の個数を数えあげる基本的方法 ……………………………211
5.3 グラフ理論やスイッチング理論における組合せ数学 ……………219
演 習 問 題 ……………………………………………………227

演習問題解答……………………………………………………228
索 引……………………………………………………237