

目 次

1. 集合・写像・関係	
1.1 集 合	1
1.1.1 集合と元	1
1.1.2 包含関係	2
1.1.3 基 数	3
1.1.4 べき集合	3
1.1.5 集合演算	4
1.1.6 互いに素な集合	7
1.1.7 部分集合のベクトル表現と多重集合	7
1.2 写 像	9
1.2.1 写 像	9
1.2.2 写像の合成	11
1.2.3 逆 写 像	12
1.3 関 係	12
1.3.1 2項関係	12
1.3.2 同値関係と同値類	13
1.3.3 逆 関 係	14
1.3.4 関係の代数	15
1.3.5 順 序	16
1.4 有限集合と組合せ公式	17
1.4.1 順 列	17
1.4.2 重複順列	22
1.4.3 組 合 セ	23
1.4.4 重複組合せ	25
1.4.5 円 順 列	26
1.4.6 2項定理	27
1.4.7 2項反転公式	29
1.4.8 Stirling 数	32

1.4.9 Stirling の反転公式.....	35
1.4.10 母関数	37
1.5 集合の代数と包除原理	39
1.5.1 集合の代数と双対性	39
1.5.2 包除原理	40
1.5.3 集合関数	41
演習問題	43

2. 代数系

2.1 一般代数系	45
2.1.1 内部演算・外部演算	45
2.1.2 単位元	46
2.1.3 逆元	47
2.1.4 代数系と部分代数系	47
2.1.5 準同形・同形	48
2.1.6 剰余系	49
2.1.7 半群・モノイド	50
2.2 順序集合と束	50
2.2.1 束	50
2.2.2 順序集合と束	51
2.2.3 モジュラ束	55
2.2.4 分配束	59
2.2.5 相補束	63
2.2.6 Boole 束	64
2.3 群	64
2.3.1 群	64
2.3.2 部分群と正規部分群	65
2.3.3 組成列	68
2.3.4 巡回群	69
2.3.5 群の直積	70
2.3.6 置換群	70
2.3.7 作用域をもつ加群	71
2.3.8 線形写像	73
2.3.9 完全系列	73

2.3.10 加群の分解	73
2.4 環と体	74
2.4.1 環	74
2.4.2 整域	74
2.4.3 体	75
2.4.4 イデアル	75
2.4.5 剰余環	76
2.4.6 単項イデアル環	78
2.4.7 素因子分解	78
2.4.8 Euclid環	81
2.4.9 Euclidの互除法	82
2.4.10 Noether環	84
2.4.11 部分体・拡大体	84
2.4.12 素體	84
2.4.13 商體	85
2.5 多項式と代数方程式	86
2.5.1 多項式	86
2.5.2 有理式体	87
2.5.3 原始多項式	87
2.5.4 素因子分解	87
2.5.5 根と零点	88
2.5.6 Sturmの定理	89
2.5.7 拡大体	92
2.5.8 代数的従属性	94
2.5.9 形式的べき級数	95
2.5.10 対称式と交代式	97
2.5.11 多項式の終結式	99
2.6 有限体	101
2.6.1 有限体	101
2.6.2 有限体の表現	103
演習問題	104

3. 線形代数

3.1 行列と行列式	109
3.1.1 行列	109

3.1.2 行列算	110
3.1.3 対称行列・交代行列	112
3.1.4 ブロック行列	113
3.1.5 行列式	114
3.1.6 特殊な行列式	117
3.1.7 逆行列	118
3.1.8 逆行列に関する公式	120
3.1.9 小行列式	121
3.1.10 余因子	121
3.1.11 行列式の展開	123
3.1.12 階数	125
3.2 ベクトル空間	126
3.2.1 ベクトル空間	126
3.2.2 部分空間	128
3.2.3 線形写像	131
3.2.4 双対空間	135
3.2.5 双線形写像	138
3.2.6 2次形式	140
3.2.7 Hermite 形式	140
3.2.8 内積	144
3.2.9 正規直交系	146
3.2.10 射影	149
3.3 連立一次方程式	150
3.3.1 連立一次方程式	150
3.3.2 解の一意性	151
3.3.3 Gauss の消去法	153
3.4 固有値	156
3.4.1 固有値	156
3.4.2 固有ベクトル	157
3.4.3 Cayley-Hamilton の定理	159
3.4.4 不変部分空間	160
3.4.5 根ベクトル空間	161
3.4.6 計量と固有値	163
3.5 行列の標準形	166
3.5.1 正方行列 A の行・列の置換 P^tAP に関する標準形	166
3.5.2 行列 A の行・列の置換 P^tAQ に関する標準形	172

3.5.3 行列 A の同値変換 S^*AT に関する標準形 (階数標準形).....	177
3.5.4 Hermite 行列 A の歪合同変換 S^*AS に関する標準形	178
3.5.5 複素数体上の正方行列 A の相似変換 $S^{-1}AS$ に関する標準形 (Jordan の標準形).....	183
3.5.6 複素数体上の行列 A のユニタリ行列による同値変換 $U_1^*AU_2$ に関する標準形 (特異値標準形).....	186
3.5.7 整数行列 A の単模変換 PAQ に関する標準形 (Hermite の標準形, Smith の標準形).....	188
3.6 一般逆行列	192
3.6.1 一般逆変換と一般逆行列	192
3.6.2 最小ノルム形一般逆行列	195
3.6.3 最小誤差形一般逆行列	196
3.6.4 反射形一般逆行列	197
3.6.5 Moore-Penrose の一般逆行列.....	198
3.7 マトロイド	199
3.7.1 マトロイド	199
3.7.2 双対マトロイド	204
3.7.3 合併マトロイド	205
3.7.4 簡 約	206
3.7.5 縮 約	206
3.7.6 マイナ一	208
3.7.7 同 形	208
演習問題	209
演習問題解答	215
索引	221