

目 次

まえがき

凡 例

A 偏微分方程式の解法

第1章 一般積分と境界条件	1
§1 線型二階偏微分方程式の積分曲面.....	1
§2 線型二階偏微分方程式に関する Cauchy の問題 特性条件と 特性曲線	3
§3 二階線型偏微分方程式の分類 双曲型, 楕円型, 放物型とそ の標準型	7
§4 波動の方程式の解と初期値, 境界値との関連	9
§5 双曲型方程式の初期条件に関する一般的考察	11
§6 双曲型方程式の特性初期値問題	13
§7 半無限の波動の方程式における混合問題	15
第2章 変数分離と固有値問題	18
§1 直交曲線座標と変数分離	18
§2 Sturm-Liouville 型方程式の固有値と固有函数	22
§3 固有函数展開の理論	29
§4 種々の Sturm-Liouville 型方程式の固有値と固有函数による 展開公式	37
§5 Fourier 展開および Fourier-Bessel 展開の極限としての Fourier 積分および Fourier-Bessel 積分.....	41
§6 量子力学的調和振動子 Weber-Hermite の函数	43
§7 量子力学的 Kepler 問題の固有値問題1 角部分.....	49
§8 量子力学的 Kepler 問題の固有値問題2 動径部分.....	56
§9 量子力学的 Kepler 問題の固有値問題3 回転放物面座標に よる変数分離, 連続スペクトル	60
第3章 Green 函数と境界値問題	66
§1 Heaviside の階段函数, Dirac の δ 函数.....	66

§ 2	函数概念の拡張 超函数	72
§ 3	Green 函数と常微分方程式の境界値問題	78
§ 4	Green 函数の求め方と基礎付け	84
§ 5	随伴偏微分表式, 広義の Green の公式 (線型二階の偏微分表式).....	93
§ 6	偏微分方程式における Green 函数.....	96
§ 7	Laplace の方程式の主要解	101
§ 8	随伴 Green 函数, 相反性	105
§ 9	一次元の波動の方程式の主要解	107
§ 10	熱伝導の方程式の主要解	110
§ 11	長方形区域における Green 函数と境界値問題.....	112
§ 12	円筒に関する Green 函数.....	117
第 4 章 初期値, 境界値問題における種々の解法		121
§ 1	端のない空間-1 波動方程式の純初期値問題—普通の重ね合わせ	121
§ 2	端のない空間-2 熱伝導方程式の純初期値問題—広義の Green の公式の応用	123
§ 3	端のない空間-3 電信方程式 (Klein-Gordon の方程式) の主要解 (波動方程式への極限移行)	125
§ 4	半無限空間における熱伝導の問題	128
§ 5	円に関するポテンシャルの Dirichlet の問題	133
§ 6	半無限円筒面に関する Helmholtz の方程式の Dirichlet の問題	137
§ 7	軸対称性をもつ Poisson の方程式の解	139
§ 8	有限円筒内での熱伝導の問題	142
§ 9	球に関する Laplace の方程式の Dirichlet の問題	144
第 5 章 Mathieu 函数, スフェロイド函数とその応用		146
§ 1	$\nabla^2\psi + k^2\psi = 0$ から Mathieu 方程式を導くこと.....	146
§ 2	Mathieu 微分方程式の周期解.....	147
§ 3	固有値 $\lambda(h^2)$	151
§ 4	固有値の重なり	154
§ 5	積分方程式	155

§ 6	Bessel 関数の積を含む級数展開	159
§ 7	周期解があるときの Mathieu 方程式の第二の解	162
§ 8	変形された Mathieu 方程式の解, 漸近形	164
§ 9	Me, Ne の級数展開	169
§ 10	楕円筒による音波の散乱	171
§ 11	Mathieu 方程式の解の安定性	175
§ 12	Floquet の定理, 固有指数	177
§ 13	解の安定, 不安定. 量子力学への応用	179
§ 14	スフェロイド関数の導入	180
§ 15	スフェロイド関数の積分表示式	183
§ 16	$pe_n^m(z), qe_n^m(z)$ の漸近展開	186
	参考書	188

B 微分方程式の近似解法

第 1 章	摂動法	191
§ 1	常微分方程式の初期値問題	191
§ 2	境界値問題	194
§ 3	固有値問題	197
§ 4	固有値問題. つづき	201
第 2 章	WKB 法	205
§ 1	いとぐち	205
§ 2	転移点のない場合	207
§ 3	Liouville 変換	210
§ 4	転移点のない場合の精密化	213
§ 5	$P(z) = a(z-z_0)^n$ の場合	215
§ 6	転移点近傍の解と接続公式	217
§ 7	接続公式の応用	223
§ 8	転移点の近傍での近似の精密化	226
§ 9	精密化のつづき	230
§ 10	偏微分方程式	231
第 3 章	Poincaré-Lighthill-Kuo の方法と境界層の方法	236

§ 1	いとぐち	236
§ 2	常微分方程式 $(x+\varepsilon u)u'+q(x)u-r(x)=0$	246
§ 3	$q_0>0$ の場合	249
§ 4	$q_0=0$ の場合	252
§ 5	$q_0\leq-1$ の場合	253
§ 6	$-1<q_0<0$ の場合	257
§ 7	Lighthill の方法の $q_0=-\kappa<0$ に対する変形	259
§ 8	その他の場合と方法の限界	261
§ 9	偏微分方程式	265
§ 10	境界層の方法	270
第 4 章	境界値問題の差分法による近似解法	277
§ 1	まえがき	277
§ 2	方法の例示	278
§ 3	格子 (net, lattice, Gitter)	281
§ 4	近似差分方程式の定義	283
§ 5	近似差分演算子の構成 (常微分)	288
§ 6	近似差分演算子の構成 (偏微分)	290
§ 7	微分方程式の解に対する近似度	292
§ 8	多点近似法	295
§ 9	近似境界条件, 近似境界値問題の定義	298
§ 10	近似境界条件の構成 (常微分)	301
§ 11	近似境界条件の構成 (偏微分)	302
§ 12	近似境界値問題の解の存在	304
§ 13	適正さ, 安定性	307
§ 14	収束性, 誤差評価に関する定理	311
§ 15	誤差の漸近形	313
§ 16	収束性, 誤差の吟味の例	315
§ 17	固有値問題	321
§ 18	数値解法	324
第 5 章	初期値問題の差分法による近似解法	327
§ 1	予備, 規約	327
§ 2	近似初期値問題の具体例	327

§ 3	収束性の吟味の一例	330
§ 4	指数による安定性の吟味, その他	333
§ 5	変数分離による安定性の吟味	335
§ 6	初期条件に関する安定性と方程式に関する安定性	340
§ 7	$t \rightarrow \infty$ のときの安定性	341
§ 8	安定性に関する von Neumann, Lax 等の理論	342
	参考書	350

C 変分法

第1章	極値問題	353
§ 1	二次整式の極値問題	353
§ 2	対角線化	354
§ 3	停留値の計算	355
§ 4	ベクトル記法	357
§ 5	固有値問題	357
§ 6	固有値の最大最小性	359
§ 7	一般の函数の最小値, 極小値および停留値	360
§ 8	条件付極値問題	363
§ 9	凸函数	365
§ 10	最大最小の相反性	366
第2章	Euler 方程式と停留函数	369
§ 1	変分法の問題	369
§ 2	Euler 微分方程式と停留函数	370
§ 3	Euler 微分方程式の積分法	372
§ 4	極小(大), 停留の定義	376
§ 5	Euler 方程式への反省	377
§ 6	正則な問題	379
§ 7	Euler 方程式の退化する場合	380
§ 8	多くの函数のある場合, 高階微分を含む場合	381
§ 9	二つ以上の独立変数	383
§ 10	パラメタ表示	383

§ 11	自由端	385
§ 12	一方むきの変分	387
§ 13	等周問題	388
§ 14	変分法の直接解法	389
第 3 章	二次微積分式の変分	390
§ 1	二次微積分式の極値問題	390
§ 2	固有値問題	392
§ 3	固有函数の直交性と完備性	394
§ 4	正值二次形式	395
§ 5	極小問題	397
第 4 章	極小の条件	400
§ 1	第二変分. Legendre の条件	400
§ 2	Jacobi の条件. 弱極小の十分条件	401
§ 3	共役点の幾何学的意味	402
§ 4	停留曲線の場合と Hilbert の不変積分	404
§ 5	Weierstrass の E 函数. 極小の十分条件	406
§ 6	最小の十分条件	408
§ 7	凸汎函数と相反定理	409
§ 8	Friedrichs 変換	411
§ 9	多くの函数の場合	413
第 5 章	Hamilton-Jacobi の理論	415
§ 1	定点を通る停留曲線の場合	415
§ 2	特性函数の微分係数	416
§ 3	Legendre 変換. 正準方程式. Hamilton-Jacobi の方程式	417
§ 4	Hilbert の不変積分と Hamilton-Jacobi の定理	420
§ 5	測地線	423
§ 6	正則な問題への変換	424
§ 7	Hamilton-Jacobi の理論の測地線への応用	426
第 6 章	変分法による近似解法 I Rayleigh-Ritz の方法	429
§ 1	Poisson の問題と直接法	429
§ 2	Ritz の方法	431

§ 3	常微分方程式への帰着	433
§ 4	固有値問題	434
§ 5	停留性の効果	437
§ 6	高位の固有値	438
§ 7	自然な境界条件	439
§ 8	膜の振動	441
§ 9	板の振動	442
§ 10	Schrödinger 方程式	444
§ 11	停留値と停留函数	445
§ 12	散乱位相, 散乱長	447
§ 13	函数の比勾配	448
§ 14	散乱位相の変分表式	450
§ 15	他の変分表式	453
第 7 章 変分法による近似解法 II 上下界の評価		456
§ 1	比較法	456
§ 2	相反定理と Friedrichs 変換の応用, 比勾配	458
§ 3	近似函数の評価	460
§ 4	容 量	462
§ 5	容量の上下界	465
§ 6	弾 性 論	468
§ 7	柱体の振り剛性	470
§ 8	非線型の問題, Thomas-Fermi 方程式	473
§ 9	相反定理の成立しない場合	476
§ 10	散乱位相の上下界	479
§ 11	散乱長の上下界	481
§ 12	固有値の上下界	483
参 考 書		488

D 物理学の諸問題

第 1 章 拡散の現象		491
§ 1	拡散の取扱い	491

§ 2	分布函数と輸送方程式	493
§ 3	輸送方程式の一つの解	496
§ 4	輸送方程式の相反定理	501
§ 5	拡散方程式の解の改良	506
§ 6	拡散方程式の例題	508
§ 7	補註——Laplace 変換	514
第 2 章 波 動		521
§ 1	波動方程式	521
§ 2	円筒による波の散乱	528
§ 3	波長の短い波の円筒による散乱	532
§ 4	球による波の散乱	538
§ 5	分散公式	540
§ 6	因果律と分散公式	548
§ 7	ミクロ因果律と分散公式	551
§ 8	相反関係 (reciprocity)	557
§ 9	小さな散乱体	560
第 3 章 電磁波の境界値問題		571
§ 1	Maxwell の方程式	571
§ 2	エネルギー, 運動量および力	573
§ 3	波動方程式, 平面波	575
§ 4	導波管の一般的性質	578
§ 5	長方形管	582
§ 6	直方体空洞の中の固有振動	587
§ 7	電磁ポテンシアル	589
§ 8	補助定理	593
§ 9	管の中での輻射	595
§ 10	Bessel 諸函数の応用	600
§ 11	球 Bessel 函数の応用	607
§ 12	補註——とうげ道の方法	610
第 4 章 プラズマの力学		612
§ 1	プラズマ	612

§ 2	基礎方程式	613
§ 3	一つの静力学的な解	614
§ 4	エネルギー定理. 運動量定理. 相似則	615
§ 5	二成分系および準二成分系	617
§ 6	平面的な横波	618
§ 7	電荷の縦振動	621
§ 8	準定常現象と準静的現象	622
§ 9	軸対称な準定常解	625
§ 10	ピンチされたプラズマ柱の安定性	629
§ 11	トーラス管内のプラズマのつり合い	635
第 5 章 高速気流の解法		639
流体力学の基礎方程式		639
§ 1	基礎方程式	639
§ 2	完全流体の基礎方程式	643
§ 3	縮む完全流体の定常な渦無し運動	647
M^2 展開法		648
§ 4	Janzen-Rayleigh の方法	648
§ 5	複素変数の導入	650
§ 6	境界条件	652
§ 7	第一近似	653
§ 8	任意物体を過ぎる流れの複素速度ポテンシャル	654
§ 9	任意物体の表面速度分布	657
薄翼理論		663
§ 10	Prandtl-Glauert の法則	663
§ 11	薄翼展開法	666
§ 12	任意翼型の表面速度分布	667
高速気流の中の物体に働く力とモーメント		672
§ 13	力とモーメントの一般式	672
§ 14	任意物体のまわりの流れ	674
§ 15	Φ, Ψ の漸近公式	676
§ 16	揚力・抵抗・モーメントの一般公式	678
ホドグラフ法		681

§ 17	ホドグラフ法の基礎方程式	681
§ 18	断熱法則にしたがう気体	682
§ 19	特解の重ね合わせ	683
§ 20	von Kármán-Tsien の近似	686
§ 21	翼型に揚力の働くばあい	689
§ 22	揚力とモーメントの一般公式	692
§ 23	WKB 法の応用	694
§ 24	音よりおそい流れ	695
§ 25	音よりはやい流れ	698
§ 26	音に近い流れ	699
参 考 書	703
索 引	705

