



# 目 次

日本語版への序	iii
まえがき	iv
訳者序文	vi
<b>第1章 序 論</b>	<b>1</b>
1.1 数値積分の意義	1
1.2 計算機による数式微分と数式積分	3
1.3 数値積分と数学とのかかわり	4
1.4 数値積分の限界	4
1.4.5 数表とプログラムの利用について	5
1.5 リーマン積分	6
1.6 広義積分	9
1.6.5 リーマン・スティルチェス積分	10
1.7 高次元におけるリーマン積分	13
1.8 さらに一般的な積分	15
1.9 関数のなめらかさと近似積分	16
1.10 重みの関数	16
1.11 有用な公式	17
1.12 直交多項式	23
第2種の関数	27
1.13 直交多項式の概要	29
1.14 複素平面上の領域での直交多項式	37
1.15 補外と加速	38
<b>第2章 有限区間の近似積分</b>	<b>43</b>
2.1 単純則	43
2.1.5 リーマン和としての高次の公式	48
2.2 シンプソン則	49
2.3 不等間隔な分点	52
2.3.1 スプライン補間	54

## 目 次

2.3.2	スプラインの積分への応用	59
2.4	複 合 則	61
2.5	補間型積分公式	64
2.5.5	特別な分点に対する補間型積分公式——フェニールの公式	71
2.5.8	関数近似による方法	74
2.6	開いた型の積分公式	76
2.6.1	一般化した中点則	78
2.6.2	積分区間の外部に分点をもつ積分公式	79
2.7	ガウス型積分公式	79
2.7.1	あらかじめ指定した分点を含むガウス型積分公式	84
2.7.1.1	Kronrod のスキーム	90
2.7.2	ガウス積分公式の代数的導出法	93
2.7.3	直交多項式を利用したガウス積分公式の定め方	96
2.7.4	連分数を利用したガウス積分公式の定め方	101
2.7.5	固有値を求める方法を使うガウス公式の計算 モーメントからのガウス公式	102 103
2.7.6	符号が変わる重みの関数に対するガウス型公式	105
2.7.7	チェビシェフ・システムと数値積分	106
2.7.8	ガウス公式の収束	109
2.8	微分データを使う積分公式	114
2.8.1	エルミートまたは接線型積分公式	116
2.9	周期関数の積分	116
2.9.2	IMT 公式	124
2.9.5	端点に特異性をもつ関数に対するオイラー・マクローリン公式	126
2.10	はげしく振動する関数の積分	128
2.10.1	零点にはさまれる区間の積分	131
2.10.2	有限フーリエ積分に対するフィロンの方法	133
2.10.3	加速法の応用	140
2.10.4	フーリエ係数へのガウス公式の適用	143
2.10.5	チェビシェフ展開の応用	143
2.10.6	MIPS 法	144
2.10.7	特殊な方法	146
2.11	曲線積分	146
2.11.1	複素平面内の曲線積分	147
2.12	広義積分(有限区間)	149
2.12.05	見かけ上の(または除去可能な)特異点	150

2.12.1	極限移行	150
2.12.2	区間の打ち切り	151
2.12.3	変数変換	152
2.12.4	特異性の消去	152
2.12.5	補間型積分公式	154
2.12.5.1	積分区間のごく近くに存在する特異点	155
2.12.6	ガウス型公式	156
2.12.7	特異性の無視	157
2.12.8	コーシーの主値の数値計算	160
2.12.9	絶対値の積分	164
2.12.10	発散積分	165
2.13	不定積分	166
	微分方程式と不定積分	166
2.13.1	関数近似の応用; チェビシェフ級数	168
2.13.2	不定積分と近似式	171
2.13.3	不等間隔データの不定積分	173
2.13.4	$\int_a^x f(x, t) dt$ の形をもつ積分の計算	174
<b>第3章</b>	<b>無限区間の近似積分</b>	<b>175</b>
3.1	変数変換	175
3.2	極限移行	177
3.2.1	収束の加速	178
3.2.2	非線形変換	178
3.3	無限区間の打ち切り	180
3.3.5	特異性の“強度”を弱める方法	181
3.4	無限区間における単純則	181
3.4.5	実軸全体への変換	186
3.5	補間型公式	187
3.6	無限積分に対するガウス公式	189
3.6.1	混合型公式	192
3.7	半無限区間および全無限区間の積分に対するガウス型公式の収束	192
3.8	振動する関数の積分	194
3.9	フーリエ変換	197
3.9.5	離散フーリエ変換と高速フーリエ変換	202
3.9.5.1	序 論	202
3.9.5.2	DFT とフーリエ変換との関係	203

## 目 次

3.9.5.3	DFT とその性質	205
3.9.5.4	高速フーリエ変換 (FFT)	212
3.9.5.5	1 次元 DFT の応用	216
3.9.5.6	2 次元 DFT	218
3.9.5.7	DFT たたみ込みにおける誤差	219
3.10	ラプラス変換とその数値的逆変換	221
3.10.1	直接ラプラス変換の数値計算	222
3.10.2	ラプラス変換の数値的逆変換	223
<b>第 4 章</b>	<b>誤差解析</b>	<b>227</b>
4.1	誤差の型	227
4.2	固定した積分公式に対する丸め誤差	228
4.2.1	丸め誤差を減少させること	234
4.3	打ち切り誤差	238
	打ち切り誤差のペアノの定理による扱い	238
4.3.1	ガウス公式に対するペアノ核	244
4.3.2	他の公式に対するペアノ核	245
4.3.5	公式の誤差の線形微分方程式論による扱い	245
4.4	特殊な方法	248
4.5	差分による誤差評価式	250
4.6	解析関数の理論に基づく誤差評価	253
4.6.1	周回積分による誤差解析; 漸近的解析	259
4.6.5	周期的解析関数; 台形則の誤差	266
4.7	関数解析の数値積分への応用	268
4.7.1	近似積分とヒルベルト空間 $L^2(B)$	274
4.7.2	誤差公式の具体形	279
4.7.3	Sard 型の最適公式	281
4.7.4	実際計算における最小ノルム公式の問題点	283
4.8	連続性の低い関数を積分するときの誤差	283
4.8.1	チェビシェフ展開の利用	286
<b>第 5 章</b>	<b>2 次元以上の近似積分</b>	<b>288</b>
5.1	序 論	288
5.1.5	一つの挑戦	289
5.2	標準的領域における基本的多重積分	289
5.3	積分順序の変更	291
5.4	変数変換	292

5.5	基本的領域への分解	293
5.6	カルテシアン積と積公式	295
5.6.1	一般化積公式	301
5.7	単項式に対して正確な公式	303
	直交多項式	314
5.8	複合則	315
5.8.5	他の方法	316
5.8.6	関数近似による方法	318
5.9	サンプリングによる多重積分	318
5.9.1	分散縮小法	323
5.9.2	擬似乱数列; 数論的方法	326
5.9.2.5	“組み込み”乱数発生ルーチン	329
5.9.3	一様分布列	329
5.9.4	平均法	340
5.9.5	層別サンプリングに基づく Haber の方法	344
5.10	現 状	346
<b>第 6 章</b>	<b>自動積分</b>	<b>348</b>
6.1	自動積分の目的	348
6.1.1	汎関数としての自動積分	352
6.2	自動積分ルーチンの例	353
6.2.0	Kronrod の公式に基づく非適応的の反復法	354
6.2.1	中点法に基づくある適応的非反復自動積分スキーム	355
6.2.2	シンプソン則に基づく適応的反復法の例	357
6.2.3	適応的ニュートン・コーツ積分	358
6.2.4	他の適応的積分スキーム	359
6.3	ロンバーグ積分法	361
6.3.1	ロンバーグ法の他の変形	370
6.4	チェビシェフ多項式を使う自動積分	371
6.4.5	振動する関数の自動積分	374
6.5	多変数の自動積分法	375
6.6	結 論	379
<b>付録 1</b>	<b>積分の実用的計算法について</b>	
	Milton Abramowitz	381
<b>付録 2</b>	<b>FORTTRAN プログラム</b>	<b>398</b>

目 次

付録 3	ALGOL, FORTRAN および PL/I のプログラムの参考文献	429
付録 4	数表に関する参考文献	435
付録 5	参考文献——著書と論文	442
訳者補遺		497
1	優積分	497
2	適応的積分に関するメタアルゴリズム	499
3	二重指数関数型数値積分公式	499
4	二重指数関数型数値積分公式のプログラム	502

