

目次

| | |
|-----------------------|-----------|
| 日本語版への序 | iii |
| まえがき | iv |
| 訳者序文 | vi |
| 第1章 序論 | 1 |
| 1.1 数値積分の意義 | 1 |
| 1.2 計算機による数式微分と数式積分 | 3 |
| 1.3 数値積分と数学とのかかわり | 4 |
| 1.4 数値積分の限界 | 4 |
| 1.4.5 数表とプログラムの利用について | 5 |
| 1.5 リーマン積分 | 6 |
| 1.6 広義積分 | 9 |
| 1.6.5 リーマン・スティルチェス積分 | 10 |
| 1.7 高次元におけるリーマン積分 | 13 |
| 1.8 さらに一般的な積分 | 15 |
| 1.9 関数のなめらかさと近似積分 | 16 |
| 1.10 重みの関数 | 16 |
| 1.11 有用な公式 | 17 |
| 1.12 直交多項式 | 23 |
| 第2種の関数 | 27 |
| 1.13 直交多項式の概要 | 29 |
| 1.14 複素平面上の領域での直交多項式 | 37 |
| 1.15 補外と加速 | 38 |
| 第2章 有限区間の近似積分 | 43 |
| 2.1 単純則 | 43 |
| 2.1.5 リーマン和としての高次の公式 | 48 |
| 2.2 シンプソン則 | 49 |
| 2.3 不等間隔な分点 | 52 |
| 2.3.1 スプライン補間 | 54 |

目 次

| | | |
|---------|---------------------------------------|------------|
| 2.3.2 | スプラインの積分への応用 | 59 |
| 2.4 | 複 合 則 | 61 |
| 2.5 | 補間型積分公式 | 64 |
| 2.5.5 | 特別な分点に対する補間型積分公式——フェニールの公式 | 71 |
| 2.5.8 | 関数近似による方法 | 74 |
| 2.6 | 開いた型の積分公式 | 76 |
| 2.6.1 | 一般化した中点則 | 78 |
| 2.6.2 | 積分区間の外部に分点をもつ積分公式 | 79 |
| 2.7 | ガウス型積分公式 | 79 |
| 2.7.1 | あらかじめ指定した分点を含むガウス型積分公式 | 84 |
| 2.7.1.1 | Kronrod のスキーム | 90 |
| 2.7.2 | ガウス積分公式の代数的導出法 | 93 |
| 2.7.3 | 直交多項式を利用したガウス積分公式の定め方 | 96 |
| 2.7.4 | 連分数を利用したガウス積分公式の定め方 | 101 |
| 2.7.5 | 固有値を求める方法を使うガウス公式の計算 モーメントからのガウス公式 | 102 103 |
| 2.7.6 | 符号が変わる重みの関数に対するガウス型公式 | 105 |
| 2.7.7 | チェビシェフ・システムと数値積分 | 106 |
| 2.7.8 | ガウス公式の収束 | 109 |
| 2.8 | 微分データを使う積分公式 | 114 |
| 2.8.1 | エルミートまたは接線型積分公式 | 116 |
| 2.9 | 周期関数の積分 | 116 |
| 2.9.2 | IMT 公式 | 124 |
| 2.9.5 | 端点に特異性をもつ関数に対するオイラー・マクローリン公式 | 126 |
| 2.10 | はげしく振動する関数の積分 | 128 |
| 2.10.1 | 零点にはさまれる区間の積分 | 131 |
| 2.10.2 | 有限フーリエ積分に対するフィロンの方法 | 133 |
| 2.10.3 | 加速法の応用 | 140 |
| 2.10.4 | フーリエ係数へのガウス公式の適用 | 143 |
| 2.10.5 | チェビシェフ展開の応用 | 143 |
| 2.10.6 | MIPS 法 | 144 |
| 2.10.7 | 特殊な方法 | 146 |
| 2.11 | 曲線積分 | 146 |
| 2.11.1 | 複素平面内の曲線積分 | 147 |
| 2.12 | 広義積分(有限区間) | 149 |
| 2.12.05 | 見かけ上の(または除去可能な)特異点 | 150 |

| | | |
|------------|----------------------------------|------------|
| 2.12.1 | 極限移行 | 150 |
| 2.12.2 | 区間の打ち切り | 151 |
| 2.12.3 | 変数変換 | 152 |
| 2.12.4 | 特異性の消去 | 152 |
| 2.12.5 | 補間型積分公式 | 154 |
| 2.12.5.1 | 積分区間のごく近くに存在する特異点 | 155 |
| 2.12.6 | ガウス型公式 | 156 |
| 2.12.7 | 特異性の無視 | 157 |
| 2.12.8 | コーシーの主値の数値計算 | 160 |
| 2.12.9 | 絶対値の積分 | 164 |
| 2.12.10 | 発散積分 | 165 |
| 2.13 | 不定積分 | 166 |
| | 微分方程式と不定積分 | 166 |
| 2.13.1 | 関数近似の応用; チェビシェフ級数 | 168 |
| 2.13.2 | 不定積分と近似式 | 171 |
| 2.13.3 | 不等間隔データの不定積分 | 173 |
| 2.13.4 | $\int_a^x f(x, t) dt$ の形をもつ積分の計算 | 174 |
| 第3章 | 無限区間の近似積分 | 175 |
| 3.1 | 変数変換 | 175 |
| 3.2 | 極限移行 | 177 |
| 3.2.1 | 収束の加速 | 178 |
| 3.2.2 | 非線形変換 | 178 |
| 3.3 | 無限区間の打ち切り | 180 |
| 3.3.5 | 特異性の“強度”を弱める方法 | 181 |
| 3.4 | 無限区間における単純則 | 181 |
| 3.4.5 | 実軸全体への変換 | 186 |
| 3.5 | 補間型公式 | 187 |
| 3.6 | 無限積分に対するガウス公式 | 189 |
| 3.6.1 | 混合型公式 | 192 |
| 3.7 | 半無限区間および全無限区間の積分に対するガウス型公式の収束 | 192 |
| 3.8 | 振動する関数の積分 | 194 |
| 3.9 | フーリエ変換 | 197 |
| 3.9.5 | 離散フーリエ変換と高速フーリエ変換 | 202 |
| 3.9.5.1 | 序 論 | 202 |
| 3.9.5.2 | DFT とフーリエ変換との関係 | 203 |

目 次

| | | |
|--------------|-----------------------|------------|
| 3.9.5.3 | DFT とその性質 | 205 |
| 3.9.5.4 | 高速フーリエ変換 (FFT) | 212 |
| 3.9.5.5 | 1 次元 DFT の応用 | 216 |
| 3.9.5.6 | 2 次元 DFT | 218 |
| 3.9.5.7 | DFT たたみ込みにおける誤差 | 219 |
| 3.10 | ラプラス変換とその数値的逆変換 | 221 |
| 3.10.1 | 直接ラプラス変換の数値計算 | 222 |
| 3.10.2 | ラプラス変換の数値的逆変換 | 223 |
| 第 4 章 | 誤差解析 | 227 |
| 4.1 | 誤差の型 | 227 |
| 4.2 | 固定した積分公式に対する丸め誤差 | 228 |
| 4.2.1 | 丸め誤差を減少させること | 234 |
| 4.3 | 打ち切り誤差 | 238 |
| | 打ち切り誤差のペアノの定理による扱い | 238 |
| 4.3.1 | ガウス公式に対するペアノ核 | 244 |
| 4.3.2 | 他の公式に対するペアノ核 | 245 |
| 4.3.5 | 公式の誤差の線形微分方程式論による扱い | 245 |
| 4.4 | 特殊な方法 | 248 |
| 4.5 | 差分による誤差評価式 | 250 |
| 4.6 | 解析関数の理論に基づく誤差評価 | 253 |
| 4.6.1 | 周回積分による誤差解析; 漸近的解析 | 259 |
| 4.6.5 | 周期的解析関数; 台形則の誤差 | 266 |
| 4.7 | 関数解析の数値積分への応用 | 268 |
| 4.7.1 | 近似積分とヒルベルト空間 $L^2(B)$ | 274 |
| 4.7.2 | 誤差公式の具体形 | 279 |
| 4.7.3 | Sard 型の最適公式 | 281 |
| 4.7.4 | 実際計算における最小ノルム公式の問題点 | 283 |
| 4.8 | 連続性の低い関数を積分するときの誤差 | 283 |
| 4.8.1 | チェビシェフ展開の利用 | 286 |
| 第 5 章 | 2 次元以上の近似積分 | 288 |
| 5.1 | 序 論 | 288 |
| 5.1.5 | 一つの挑戦 | 289 |
| 5.2 | 標準的領域における基本的多重積分 | 289 |
| 5.3 | 積分順序の変更 | 291 |
| 5.4 | 変数変換 | 292 |

| | | |
|--------------|-------------------------|------------|
| 5.5 | 基本的領域への分解 | 293 |
| 5.6 | カルテシアン積と積公式 | 295 |
| 5.6.1 | 一般化積公式 | 301 |
| 5.7 | 単項式に対して正確な公式 | 303 |
| | 直交多項式 | 314 |
| 5.8 | 複 合 則 | 315 |
| 5.8.5 | 他の方法 | 316 |
| 5.8.6 | 関数近似による方法 | 318 |
| 5.9 | サンプリングによる多重積分 | 318 |
| 5.9.1 | 分散縮小法 | 323 |
| 5.9.2 | 擬似乱数列; 数論的方法 | 326 |
| 5.9.2.5 | “組み込み”乱数発生ルーチン | 329 |
| 5.9.3 | 一様分布列 | 329 |
| 5.9.4 | 平均法 | 340 |
| 5.9.5 | 層別サンプリングに基づく Haber の方法 | 344 |
| 5.10 | 現 状 | 346 |
| 第 6 章 | 自動積分 | 348 |
| 6.1 | 自動積分の目的 | 348 |
| 6.1.1 | 汎関数としての自動積分 | 352 |
| 6.2 | 自動積分ルーチンの例 | 353 |
| 6.2.0 | Kronrod の公式に基づく非適応的反復法 | 354 |
| 6.2.1 | 中点法に基づくある適応的非反復自動積分スキーム | 355 |
| 6.2.2 | シンプソン則に基づく適応的反復法の例 | 357 |
| 6.2.3 | 適応的ニュートン・コーツ積分 | 358 |
| 6.2.4 | 他の適応的積分スキーム | 359 |
| 6.3 | ロンバーグ積分法 | 361 |
| 6.3.1 | ロンバーグ法の他の変形 | 370 |
| 6.4 | チェビシェフ多項式を使う自動積分 | 371 |
| 6.4.5 | 振動する関数の自動積分 | 374 |
| 6.5 | 多変数の自動積分法 | 375 |
| 6.6 | 結 論 | 379 |
| 付録 1 | 積分の実用的計算法について | |
| | Milton Abramowitz | 381 |
| 付録 2 | FORTRAN プログラム | 398 |

目 次

| | | |
|------|-------------------------------------|-----|
| 付録 3 | ALGOL, FORTRAN および PL/I のプログラムの参考文献 | 429 |
| 付録 4 | 数表に関する参考文献 | 435 |
| 付録 5 | 参考文献——著書と論文 | 442 |
| 訳者補遺 | | 497 |
| 1 | 優積分 | 497 |
| 2 | 適応的積分に関するメタアルゴリズム | 499 |
| 3 | 二重指数関数型数値積分公式 | 499 |
| 4 | 二重指数関数型数値積分公式のプログラム | 502 |

