



# 目 次

第 1 章 準備, 抽象空間 .....	1
1.1 線形空間.....	1
1.2 内積空間.....	3
1.3 距離空間, ノルム空間.....	5
1.4 Banach 空間, Hilbert 空間 .....	7
1.5 $L^p$ 空間 .....	8
1.6 Hölder, Minkowski の不等式 .....	10
1.7 凸関数と Jensen の不等式.....	15
第 2 章 直交系.....	19
2.1 射影.....	19
2.2 直交系.....	20
2.3 直交化.....	22
2.4 Fourier 展開.....	25
2.5 直交列の完備性 (I) .....	33
2.6 直交列の完備性 (II) .....	36
ノート.....	41
第 3 章 Banach 空間.....	43
3.1 $L^p, l^p$ 空間の完備性 .....	43
3.2 Banach 空間における線形作用素 .....	46
3.3 有界線形作用素の空間.....	49
3.4 Banach 空間の値をとる関数 .....	53
3.5 結合関数.....	55

3.6	測度空間	58
3.7	積分	63
	ノート	66
第4章	Fourier 係数	69
4.1	Fourier 級数	69
4.2	Fourier 係数の大きさ	72
	ノート	78
第5章	Fourier 級数の収束性と総和性	81
5.1	1点における Fourier 級数の収束	81
5.2	Fourier 級数の収束条件	84
5.3	Fourier 級数の概収束と発散	86
5.4	(C, 1) 総和法	88
5.5	Fejér の定理の応用	93
5.6	Fejér-Lebesgue の定理	93
5.7	Abel 総和法	96
	ノート	102
第6章	関数族と Fourier 級数, 共役関数	105
6.1	$L^2$ の関数の Fourier 級数, Parseval の等式	105
6.2	ノルムにおける総和法	108
6.3	共役級数, cosine 級数に関する 1 定理	114
6.4	共役 Fourier 級数の収束	119
6.5	共役 Fourier 級数の総和可能性	125
6.6	共役関数の存在	127
	ノート	133
第7章	調和関数	137
7.1	単位円板における調和関数, 解析関数の境界値	137
7.2	調和関数と Poisson 積分 (I)	143
7.3	Fatou の定理	146
7.4	3角級数が Fourier 級数であるための条件	151

7.5	調和関数と Poisson 積分 (II).....	158
	ノート.....	161
第8章	関数族 $H^p$ .....	163
8.1	Banach 空間の値をとる解析関数.....	163
8.2	関数族 $H^p$ .....	167
8.3	$H^p$ の関数の因数分解 (I) 準備.....	176
8.4	$H^p$ の関数の因数分解 (II).....	181
8.5	$H^p$ に関係した一, 二の定理.....	188
8.6	$H^p$ ( $p > 0$ ) の関数.....	190
	ノート.....	193
第9章	線形作用素の補間, 共役関数.....	195
9.1	Riesz-Thorin の定理.....	195
9.2	F. Riesz の定理と Hausdorff-Young の定理.....	204
9.3	$L^p$ ( $p > 1$ ) の共役関数.....	208
9.4	$L^p$ ( $p > 1$ ) の関数の Fourier 級数の部分和.....	215
9.5	$L^1$ および $L^\infty$ の関数の共役関数.....	218
	ノート.....	220
第10章	$L^1(-\infty, \infty)$ の Fourier 変換.....	223
10.1	Fourier 変換の定義.....	223
10.2	Fourier 変換の反転.....	227
10.3	総和法による反転公式.....	230
10.4	結合関数の Fourier 変換.....	235
10.5	いくつかの特別な関数.....	236
10.6	Fourier 変換の大きさと連続性.....	245
10.7	一般総和定理.....	246
10.8	Fourier 変換の解析関数.....	252
10.9	$L^1(-\infty, \infty)$ の関数の移動関数の線形結合体.....	258
10.10	一般 Tauber 型定理.....	263
	ノート.....	270

第11章	$L^p(-\infty, \infty)$ ( $p > 1$ ) の Fourier 変換	273
11.1	$L^2(-\infty, \infty)$ における Fourier 変換	273
11.2	$L^2(-\infty, \infty)$ の Fourier 変換に関する二, 三の定理	279
11.3	結合関数の Fourier 変換	282
11.4	$L^2(-\infty, \infty)$ の関数の移動関数の線形結合体	284
11.5	$L^p(-\infty, \infty)$ ( $1 < p < 2$ ) の関数の Fourier 変換	286
	ノート	291
第12章	Hilbert 変換	293
12.1	Hilbert 変換, 共役関数	293
12.2	Hilbert-Stieltjes 変換の存在	294
12.3	$L^p(-\infty, \infty)$ ( $1 \leq p < \infty$ ) の関数の Hilbert 変換	301
12.4	Poisson 積分および共役 Poisson 積分	306
12.5	Hilbert 変換の反転	311
	ノート	312
第13章	解析関数と Fourier 変換	315
13.1	半平面の解析関数	315
13.2	Paley-Wiener の定理	321
13.3	Hardy の一定理	327
	ノート	330
付 録		333
文 献		347
索 引		353

