

目 次

| | |
|---|----|
| まえがき..... | I |
| 第1章 古典物理に関連した偏微分方程式と積分方程式 | 1 |
| 1.1 古典物理学における基礎方程式 | 1 |
| 1.1.1 振動または波動の方程式..... | 1 |
| 1.1.2 熱伝導の方程式..... | 4 |
| 1.1.3 ポテンシャル, Laplace 方程式..... | 6 |
| 1.1.4 Poisson 方程式..... | 11 |
| 1.1.5 概括, 2階線形偏微分方程式の分類..... | 14 |
| 1.2 重畠原理と決定条件 | 18 |
| 1.2.1 解の多様性および決定条件..... | 18 |
| 1.2.2 重畠の原理..... | 20 |
| 1.2.3 放物形方程式の決定条件, Weierstrass の多項式近似定理..... | 21 |
| 1.2.4 楕円形方程式の決定条件, Fourier 級数の Poisson 総和法..... | 27 |
| 1.2.5 双曲形方程式の決定条件, Stokes の波動公式..... | 32 |
| 1.2.6 2次元および3次元空間の波動, Poisson の波動公式..... | 36 |
| 1.2.7 定数変化法, 遅延ポテンシャル..... | 41 |
| 1.3 変数分離法, 固有値問題..... | 43 |
| 1.3.1 両端が 0° に保たれた棒の温度分布..... | 44 |
| 1.3.2 棒の両端 $x=0, x=1$ において熱輻射のある場合の温度分布..... | 48 |
| 1.3.3 針金の丸い輪に対する温度分布..... | 50 |
| 1.3.4 両端を固定した弦の振動..... | 53 |

| | |
|---|-----|
| 1.4 Hilbert-Schmidt の積分方程式論 | 55 |
| 1.4.1 Ascoli-Arzelà の選出定理..... | 55 |
| 1.4.2 固有値の存在定理, 固有値の逐次近似法..... | 57 |
| 1.4.3 Bessel 不等式 | 63 |
| 1.4.4 Hilbert-Schmidt の展開定理..... | 66 |
| 1.4.5 展開定理の非齊次積分方程式への応用..... | 69 |
| 1.4.6 Dirichlet 問題の積分方程式への転換 | 71 |
| 参 考 書..... | 75 |
| 第2章 固有値問題としての量子力学 | 77 |
| 2.1 量子力学の骨組 | 77 |
| 2.1.1 Schrödinger 波動方程式..... | 77 |
| 2.1.2 オブザーヴァブル, 線形作用素..... | 79 |
| 2.1.3 Heisenberg の不決定関係..... | 81 |
| 2.1.4 エネルギー作用素のスペクトル分解..... | 83 |
| 2.1.5 遷移確率の計算..... | 86 |
| 2.2 変数分離法 | 86 |
| 2.2.1 変数分離法の基礎..... | 86 |
| 2.2.2 中心対称な電場における電子の波動方程式および球函数..... | 88 |
| 2.2.3 エネルギー準位の決定および選択律..... | 91 |
| 2.3 近似解法 | 95 |
| 2.3.1 Wentzel-Kramers-Brillouin の方法, Bessel 函数の漸近的表示..... | 95 |
| 2.3.2 Weinstein の方法..... | 100 |
| 2.3.3 Ritz の方法 | 104 |
| 2.3.4 摂動論..... | 107 |
| 参 考 書..... | 110 |
| 第3章 確率過程論としての統計力学 | 113 |
| 3.1 エルゴード仮設 | 113 |
| 3.1.1 気体分子運動論..... | 113 |

| | |
|--|-----|
| 3. 1. 2 巨視的状態と微視的状態..... | 116 |
| 3. 1. 3 エルゴード仮設..... | 119 |
| 3. 1. 4 Markov 連鎖, エルゴード定理..... | 121 |
| 3. 1. 5 H 定理, エントロピー | 128 |
| 3. 2 Boltzmann-Gibbs のエネルギー分布..... | 130 |
| 3. 2. 1 Boltzmann-Gibbs の統計 | 130 |
| 3. 2. 2 運動エネルギーの等分配則および Maxwell の速度分布..... | 134 |
| 3. 2. 3 Planck の輻射公式 | 137 |
| 3. 3 Bose-Einstein の統計および Fermi-Dirac の統計..... | 138 |
| 3. 3. 1 素粒子の非個体性..... | 138 |
| 3. 3. 2 Bose-Einstein の統計および Fermi-Dirac の統計 | 141 |
| 3. 4 連続な確率過程 | 143 |
| 3. 4. 1 Smoluchowski の方程式 | 143 |
| 3. 4. 2 Kolmogorov の後向き微分方程式 | 145 |
| 3. 4. 3 Kolmogorov の前向き微分方程式 | 147 |
| 3. 4. 4 Brown 運動, 拡散 | 150 |
| 3. 4. 5 n 次元の Kolmogorov 微分方程式..... | 152 |
| 3. 4. 6 ただ一つの定常分布への収束, Kolmogorovのエルゴード定理 | 154 |
| 3. 4. 7 不連続な確率過程..... | 157 |
| 3. 5 発展方程式の差分近似による積分法(半群の生成) | 160 |
| 3. 5. 1 Hilbert 空間 $L^2(R^n)$ | 162 |
| 3. 5. 2 生成作用素のレゾルベント | 165 |
| 3. 5. 3 レゾルベント $(I-\lambda G)^{-1}$ の λ に関する連続性..... | 168 |
| 3. 5. 4 基本定理(発展方程式の差分近似による解法) | 171 |
| 3. 5. 5 基本定理 3. 1 の証明 1 | 172 |
| 3. 5. 6 基本定理 3. 1 の証明 2 | 176 |
| 3. 5. 7 (3. 175) の解の一意性..... | 178 |
| 3. 5. 8 Banach 空間への拡張..... | 182 |
| 参 考 書..... | 183 |
| 付録 正則函数の Taylor 展開可能性の証明..... | 185 |

| | |
|------|-----|
| あとがき | 191 |
| 索引 | 193 |

