



# 目 次

第1章 問題の設定 .....	1
第2章 ユークリッド空間の基本事項.....	9
2.1 $n$ 次元ユークリッド空間.....	9
2.2 1次結合, アフィン1次結合, 凸1次結合.....	13
2.3 直線, 超平面, 半空間, 線分.....	22
2.4 支持超平面.....	26
2.5 平行性.....	27
2.6 凸集合の端点.....	29
第3章 ユークリッド空間の位相.....	35
3.1 内点, 外点, 境界点, 閉包, 極限.....	35
3.2 相対位相.....	41
3.3 コンパクト集合, 有界集合, 有界閉集合.....	43
3.4 連続写像, 連続関数, 最大値と最小値の存在.....	46
第4章 Hahn-Banach の定理・Krein-Milman の定理.....	51
4.1 凸集合の諸性質.....	51
4.2 Hahn-Banach の定理.....	53
4.3 Krein-Milman の定理.....	59
4.4 Birkhoff-von Neumann の定理 .....	62
第5章 行列と有向グラフ .....	69
5.1 有向グラフ.....	69
5.2 路, 回路.....	74

5.3	分解不能な行列	79
5.4	行列の台の標準形	81
第6章	非負行列	85
6.1	分解不能な非負行列の諸性質	85
6.2	台を標準化したときの確率行列の固有値	94
6.3	強連結グラフの周期	95
6.4	フロベニウスの第2定理	101
第7章	有向木, 写像木	113
7.1	有向木, 写像木	113
7.2	写像と写像木	117
7.3	写像木と有向木との間のある対応	124
7.4	強連結グラフ中の有向木, 写像木	126
第8章	弱対称行列	129
8.1	いくつかの行列関数	129
8.2	Bott-Mayberry の定理	134
8.3	回路行列	139
8.4	弱対称行列の諸性質	141
第9章	確率行列とその長時間平均	143
9.1	長時間平均の存在	143
9.2	複素行列のジョルダン標準形について	146
9.3	長時間平均の階数と極小類の個数	157
9.4	確率行列 $P$ に対する極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} P^k$ の存在条件	162
第10章	基本定理	167
10.1	一般的な場合の考察	167
10.2	強連結グラフ $G$ の場合, 凸集合 $T(n)_G$	171
10.3	写像三角形	174

$$\begin{array}{ccc}
 & T(n)_G & \\
 \sigma \swarrow & & \searrow \tau \\
 S(n)_G & \xrightarrow{L^*} & \Delta_G
 \end{array}$$

10.4	グラフ $G$ が一般の場合の長時間平均集合 $A_G$ の決定	176
10.5	長時間平均ベクトルの具体的な表示式	181
10.6	第1章に設定した問題の解決	190
付録	2項関係・同値関係・同値類・半順序集合	201
§ 1	2項関係の定義	201
§ 2	同値関係・同値類・分割	202
§ 3	半順序集合	206
§ 4	半順序集合の極大元・極小元・最大元・最小元	207
§ 5	2項関係の反射包・対称包・推移包・対称核	209
§ 6	2項関係と関係行列	211
§ 7	5.2節の半順序集合 $\Omega/G$ の再解説	213
記号表		215
索引		217