

目次

序

訳者序

読者への注意

定義

第5章 外微分法

§ 1. 交代複線型写像	1
1.1. 置換の符号	1
1.2. 対称写像と反対称写像	3
1.3. 反対称複線型形式の外積	8
1.4. 反対称複線型写像の外積	14
1.5. \mathbb{E} の外積線型環	15
§ 2. \mathbf{R} 上の有限次元線型空間の向きづけ	16
2.1. 向きの定義	16
2.2. 線型空間を向きづける別の方法	18
2.3. 向きづけられた N 次元ユークリッド空間 \mathbb{E} 上の 反対称 p -形式の性質	20
§ 3. アフィン空間上の微分形式	26
3.1. 定義と基本的性質	26
3.2. 微分形式の例	28
3.3. 微分形式の外積	29
3.4. 関数の導関数に伴う微分形式	31
3.5. 写像による微分形式の逆像	33
3.6. 抽象多様体上の微分形式	37

3.7.	向きづけられた N 次元ユークリッド空間 E における微分形式と場	37
§ 4.	外微分形式の外微分すなわち余境界	39
4.1.	定義	39
4.2.	抽象多様体への拡張	44
4.3.	向きづけられた N 次元ユークリッド・アフィン空間 E における 勾配, 発散, 回転	44
4.4.	発散の力学的解釈	47
4.5.	\mathbf{R}^3 における極座標による計算	49
4.6.	微分形式の外原始形式	51
§ 5.	実数体上の微分多様体の向きづけ	56
5.1.	多様体の向きの連続系	56
5.2.	向きの連続系の比較	58
5.3.	多様体の向きづけ可能性と向きづけ	59
5.4.	向きづけに関して同調する地図の系による多様体の向きづけ	60
5.5.	連続なベクトル場の系による多様体の向きづけ	60
5.6.	実数値微分形式の符号による多様体の向きづけ	61
5.7.	向きづけ不能の多様体の例: メビウスの帯	62
5.8.	複素多様体の向きづけ可能性	65
5.9.	実数体上 N 次元アフィン空間 E の $N-1$ 次元多様体 Σ の 横断的向きづけ	65
5.10.	法ベクトルの連続場による横断的向きづけ	68
5.11.	超曲面によって空間をいくつかの領域に分けること	70
5.12.	超曲面の横断的向きづけと空間を領域に分けることの関係	73
5.13.	横断的向きづけと内在的向きづけの関係	75
5.14.	われわれの物理的宇宙は向きづけ可能な多様体か?	79
§ 6.	向きづけられた多様体上の微分形式の積分	82
6.1.	向きづけられた n 次元 C^1 級多様体上の, 連続な n 次微分形式 ω が定めるラドン測度	82
6.2.	向きづけられた n 次元多様体上の n 次微分形式の積分	85
6.3.	微分形式の積分の基本的性質	85
6.4.	積分の実際の計算	86
6.5.	積分の優評価	87
6.6.	具体的な計算への応用	89
6.7.	ユークリッド空間の超曲面の場合	93
6.8.	微分同型による変換	95
6.9.	向きづけられた特異多様体 (径数多様体) の上の微分形式の積分	96
6.10.	特異多様体上の微分形式の積分の性質	97

6.11. 特異点をもつ多様体上の微分形式の積分	98
6.12. 曲線積分	100
6.13. 長さ有限の任意の路の上の曲線積分	102
§ 7. ストークスの公式	105
7.1. 境界をもつ多様体	105
7.2. 準境界をもつ多様体	107
7.3. 準境界の向きづけ	108
7.4. ストークスの定理	109
7.5. 初等ストークスの定理	109
7.6. 一般ストークスの定理	113
7.7. $n = 1$ の場合について	119
7.8. 平面 \mathbf{R}^2 において $n = 2$ の場合. リーマンの公式	121
7.9. ベクトル解析における重要な積分公式	123
7.10. ベクトル解析における積分の変換規則	127
§ 8. 微分形式論の位相幾何学への応用	129
8.1. 境界のないコンパクトな向きづけられた多様体上の閉微分形式 の積分	129
8.2. 輪体上の余輪体の積分	131
8.3. 積分による連続微分形式の決定	132
8.4. ドラムの定理	133
8.5. \mathbf{R}^2 における偏角関数への応用	137
8.6. 輪体の加法	139
8.7. 0 にホモロゲな輪体	140
8.8. 輪体のホモロジー	143
8.9. ホモトピー	146
8.10. ホモトピーとホモロジーの関係	152
8.11. 単連結な空間	157
8.12. 立体角微分形式	160
8.13. アフィン空間における有限集合の補集合のホモロジー	165
8.14. Ω において 0 にホモロゲな $\Omega - A$ のホモロジー類 の一般的表現	166
8.15. N 次元の向きづけられたアフィン空間における $N - 1$ 次元輪体の, 点に関する指数	173
8.16. 連続変形による指数の不変性	175
8.17. 輪体の像を横断するときの指数の変化	177
8.18. 輪体が空間で定義する各領域における指数の決定への応用	179

8.19. 孤立特異点に関する余輪体の留数類	181
8.20. 連続写像の位相的度数	183
8.21. 位相的度数の概念の拡張	189
索引	191
訳者あとがき	

