

目 次

第 1 章 Banach 空間・Hilbert 空間

1.1	線形空間	1
1.2	Banach 空間	4
1.3	Hilbert 空間	12
1.4	部分空間	17
1.5	有限次元ノルム空間	22
1.6	線形作用素	25
	問 題 1	30

第 2 章 関数空間

2.1	まえおき	33
2.2	$\mathcal{B}^m(\Omega)$	34
2.3	$L^1(\Omega)$	37
2.4	$L^p(\Omega)$	40
2.5	$L^\infty(\Omega)$	45
	問 題 2	47

第 3 章 Hilbert 空間の完全正規直交系

3.1	まえおき	49
3.2	正射影	51
3.3	正規直交系	55
3.4	完全正規直交系の存在	57
	問 題 3	62

第 4 章 Fourier 級数

4.1	Fourier 展開	64
4.2	完全性の証明	68
4.3	Fourier 級数とたたみこみ	72
4.4	Poisson 積分	75
4.5	Poisson 積分の調和性・正則性	77
4.6	単位円内で正則な関数, 調和な関数	79
4.7	Dirichlet 問題・Neumann 問題	83
4.8	多重 Fourier 級数	88
	問題 4	90

第 5 章 Fourier 変換

5.1	定義と例	92
5.2	Fourier 変換とたたみこみ, Gauss 総和法	94
5.3	Fourier 変換の L^2 理論	100
5.4	上半平面の Poisson 積分	105
5.5	上半平面で正則な関数, 調和な関数	107
	問題 5	114

第 6 章 Sobolev 空間

6.1	まえおき	116
6.2	軟化作用素	119
6.3	一般化された導関数と Sobolev 空間 $W^{m,p}(\Omega)$	122
6.4	一般化された導関数と Sobolev 空間 $W^{m,p}(\Omega)$, 続	126
6.5	Sobolev 空間 $H^s(\mathbb{R}^n)$	133
6.6	一般領域における Dirichlet 問題	139
	問題 6	146

第 7 章 線形作用素

7.1 有界線形作用素	148
7.2 一般の線形作用素	153
7.3 線形作用素の例	155
7.4 閉作用素	164
7.5 一様有界性の原理	166
7.6 開写像原理, 閉グラフ定理	170
問題 7	172

第 8 章 線形汎関数と共役空間

8.1 定義と例, Riesz の定理	175
8.2 Hahn-Banach の定理	181
8.3 Hahn-Banach の定理の応用, 共役作用素	185
8.4 第 2 共役空間	188
8.5 弱収束, 汎弱収束	190
8.6 共役作用素	195
8.7 共役作用素の例	201
問題 8	205

第 9 章 レゾルベント・スペクトル

9.1 Neumann 級数	208
9.2 レゾルベント・スペクトル	210
9.3 実 例	217
問題 9	222

第 10 章 線形作用素の半群

10.1 まえおき	225
10.2 ベクトル値関数	227

10.3	半群と生成作用素, 簡単な例	232
10.4	半群と生成作用素, Hille-吉田の定理	236
10.5	熱伝導方程式の基本解	244
	問 題 10	249
 第 11 章 コンパクト作用素, Fredholm 作用素		
11.1	直和分解と補空間	251
11.2	コンパクト作用素	256
11.3	作用素 $I-K$	261
11.4	Fredholm 作用素と指数	263
11.5	安定性の定理	267
11.6	コンパクト作用素のスペクトル理論	268
11.7	コンパクト作用素の実例	273
11.8	自己共役なコンパクト作用素	278
	問 題 11	283
 第 12 章 自己共役作用素のスペクトル分解定理		
12.1	Stieltjes 積分	286
12.2	調和関数に関する 1 つの表現定理	288
12.3	射影作用素と単位の分解	295
12.4	対称作用素, 自己共役作用素	299
12.5	スペクトル分解定理(レゾルベントの表現)	301
12.6	作用素解析とスペクトル分解定理	307
	問 題 12	310
	付 録	311
	解 答	318
	参 考 書	336
	索 引	i ~ vi

