



## 目 次

まえがき i

記号表 vi

緒言 vii

## 序章 準備

§ 1 被覆空間のガロア理論 .....	1
§ 2 $G$ -バナッハ空間と $G$ -ヒルベルト空間 .....	19
§ 3 有限群の表現 .....	22
§ 4 平坦ベクトル束 .....	30
§ 5 自己共役作用素 .....	36
§ 6 リーマン幾何よりの準備 .....	44

## 第 1 章 リーマン被覆

§ 7 リーマン被覆と閉測地線 .....	50
§ 8 閉測地線の“類体論” .....	53
§ 9 閉測地線と $L$ -関数 .....	55

## 第 2 章 ラプラシアン

§ 10 リーマン多様体上のラプラシアン .....	61
§ 11 平坦ベクトル束とラプラシアン .....	67
§ 12 熱方程式とその基本解 (熱核) .....	73
§ 13 熱核の性質 (ユニタリ表現の場合) .....	75
§ 14 熱核の構成 .....	79
§ 15 被覆多様体上の熱核の存在 .....	84
§ 16 ラプラシアンの固有値 .....	87
§ 17 ラプラシアンのスペクトラル・ゼータ関数 .....	90

## 第 3 章 非正曲率多様体

- § 18 非正曲率多様体上の閉測地線 .....92  
 § 19 平坦多様体 .....104

## 第 4 章 跡公式

- § 20 熱核に対する跡公式 .....112  
 § 21 初等的跡公式 .....114  
 § 22 非正曲率多様体上の跡公式 (一般的注意) .....115  
 § 23 平坦多様体上の熱核に対する跡公式 .....117  
 § 24 Epstein ゼータ関数 .....120

## 第 5 章 等スペクトル多様体

- § 25 ラプラシアンに関する等スペクトル多様体 .....122  
 § 26 等スペクトル多様体の例 .....125  
 § 27 閉測地線の長さに関する等スペクトル多様体 .....126

## 第 6 章 Selberg のゼータ関数

- § 28 上半平面の幾何学 .....128  
 § 29 上半平面における跡公式 .....133  
 § 30 Selberg ゼータ関数 .....136

## 第 7 章 基本群の表現とラプラシアンのスペクトル

- § 31 1次元表現と最小固有値 .....143  
 § 32 リーマン面の閉測地線の分布への応用 .....145  
 § 33 一般のユニタリ表現  $\rho$  に対する  $\Delta_\rho$  の最小スペクトル .....150  
 § 34 離散群の amenability .....157  
 § 35 表現の弱包含とスペクトラム .....162  
 § 36 有限リーマン被覆とラプラシアンの最小正固有値 .....164

## 第 8 章 関連する話題

- § 37 Wiener 測度と跡公式 .....169  
 § 38 等スペクトル平坦多様体 .....171

§ 39	コンパクト平坦多様体の Ray-Singer ゼータ関数	174
§ 40	有限有向グラフにおける $L$ -関数	180
§ 41	非有向グラフの $L$ -関数 (Ihara ゼータ関数)	187
§ 42	Gel'fand の問題	194
付録		
A	Wiener-Ikehara の Tauber 型定理	199
B	Hardy-Littlewood の Tauber 型定理	202
C	非ユークリッド Fourier 変換	203
参考文献		210
索引		217