

目 次

はしがき

序 章 1

第 1 章 無限次元微分積分学

§ 1 位相線形空間	9
§ 2 積分, 複素積分, 線積分	10
§ 3 線形写像の環・群	11
§ 4 可微分写像の定義	14
§ 5 Taylor の定理, 及びその逆	17
§ 6 陰函数定理	18
§ 7 流函定理 (flow box theorem)	22
§ 8 ILB-鎖の例	27

第 2 章 無限次元多様体論

§ 1 B -多様体, H -多様体	30
§ 2 フロベニウスの定理の原始形	35
§ 3 ベクトル束, 部分束, フロベニウスの定理	39
§ 4 ベクトル束上の接続	43
§ 5 微分形式, Lie 微分, ポアンカレの補題	48

第 3 章 抽象的無限次元 Lie 群論

§ 1 定義及び基礎的性質	53
§ 2 Lie 環, 指数写像, Lie 環の準同形	59
§ 3 積々分及び 1 径数部分群の近似	63
§ 4 部分群と部分環	68

§ 5	強 ILB-Lie 群の ILB-表現	71
§ 6	Lie 環から作られる構造	78
§ 7	多価の構造と楕円性	83
§ 8	その他の不変構造と問題点	89

第 4 章 微分可能性を示す基礎的定理

§ 1	コンパクト多様体上の V 束, ソボレフの補題	93
§ 2	ファイバーを保つ微分可能写像	96
§ 3	微分可能性と正規性	100
§ 4	$\Gamma(\mathbf{E})$ から $\Gamma(\mathfrak{M}(D(\delta), \mathbf{E}))$ への線形写像	103
§ 5	合成写像の微分可能性	105
§ 6	逆元の連続性	107

第 5 章 コンパクト多様体上の C^∞ 同相全体の群

§ 1	不変座標系と不変接続	115
§ 2	コンパクト多様体上の C^∞ 同相全体の群, 及び函数環との半直積	119
§ 3	$\mathcal{D}(M)$ の簡単な部分群	123
§ 4	閉部分集合を不変にする群	128
§ 5	境界のある場合	133
§ 6	微分形式への作用	135

第 6 章 非有界線形作用素, スペクトル論

§ 1	一変数函数論	140
§ 2	コンパクト作用素のスペクトル論	144
§ 3	Hilbert-Schmidt 作用素のスペクトル論	147
§ 4	楕円型線形微分作用素のスペクトル論	151
§ 5	楕円型複体の分解定理	156
§ 6	多様体上の擬微分作用素	158

第 7 章 Banach-Lie 群とその周辺

§1	有界作用素の群	166
§2	B -Lie 環の拡大可能性	170
§3	コンパクト多様体への作用	174
§4	原始的な作用	176
§5	その他の制限と作用する例	180
§6	コンパクト群の共役性	182

第8章 $\mathcal{D}(M)$ の部分群

§1	$\mathcal{D}_{d\mu}(M)$ とその応用	187
§2	多価の体積要素を不変にする群	190
§3	正準変換群	192
§4	Hamilton 力学と Newton 力学	195
§5	接触変換群, 狭義接触変換群	200
§6	正則接触構造の微小変形	204
§7	境界のある場合の de Rham-Hodge-小平 の分解定理	207
§8	境界付の多様体での $\mathcal{D}(M)$ の部分群に対する注意	212

第9章 ベクトル束と平滑拡張定理

§1	強 ILB-Lie 群上の V 束と不変束準同形	215
§2	右不変正規束準同形により定義される部分束	219
§3	強 ILB-Lie 群上のフロベニウスの定理	223
§4	$\mathcal{D}(M)$ 上の V 束と簡単な平滑拡張定理	226
§5	Jet 束と j^r の平滑拡張	229
§6	高次接続と微分作用素の平滑拡張	232
§7	その他の平滑拡張定理	236
§8	擬微分作用素の平滑拡張	239

第10章 フロベニウスの定理と陰関数定理

§1	有限余次元の Lie 部分環に対するフロベニウスの定理	246
----	-----------------------------	-----

§2	フロベニウスの定理を使った陰函数定理	251
§3	不変接続の存在	255
§4	指数写像の正則性	258
§5	完全流体の方程式と測地線	261
§6	圧縮性完全流体の方程式と測地線の方程式	265

第11章 群及び Lie 環の拡大

§1	道の群	270
§2	一般相対論に現われる Lie 環	273
§3	Lie 環 Σ^1 を持つ無限次元 Lie 群	278
§4	Σ^1/Σ^{-m-1} を Lie 環に持つ強 ILH-Lie 群	284
§5	擬微分作用素の作る Lie 環	289

第12章 量子化

§1	対応原理	295
§2	状態函数, 相空間	299
§3	フーリエ積分作用素	304

第13章 ベクトル場の Lie 環論

§1	一般化された Pursell-Shanks 型の定理	308
§2	Lie 環による軌跡とその上の構造	314
§3	ベクトル場の標準形	317
§4	拡張的集合を不変にする Lie 部分環に対する Pursell-Shanks 型の定理	322
§5	Lie 環 $\Gamma_{\mathfrak{d}}(T_D^*M)$ に対する Pursell-Shanks 型の定理	326

付 録 (I) 335

参考文献 340

索 引 345

