

# 目次

<b>第1章 序章——基本と解説</b>	<b>9</b>
1 偏微分方程式の形について	9
2 数理物理学に現れる偏微分方程式	11
2.1 ポアソン方程式とラプラス方程式	11
2.2 熱伝導方程式(拡散方程式)	15
2.3 波動方程式	18
★2.4 流体力学の方程式	24
3 簡単な偏微分方程式とその解	29
3.1 偏微分方程式と一般解	29
3.2 完全解と任意パラメーターをもつ解	34
3.3 線形同次方程式と解の重ね合わせの原理	37
4 デルタ関数とグリーン関数	40
練習問題 1	43

## 第I部 方程式の種類と解の性質

<b>第2章 一階偏微分方程式</b>	<b>47</b>
1 物理的な解説	48
1.1 線形方程式の例	48
1.2 準線形方程式の例	49
★2 準線形の一階偏微分方程式	54
2.1 幾何学的説明(モンジュ軸および特性曲線)	54
2.2 初期値問題(コーシー問題)	58
2.3 一般解と任意関数	65
★3 一般の非線形の一階偏微分方程式(2変数)	68
3.1 幾何学的説明(モンジュ錐)	68
3.2 完全解(完全積分)と一般解	70
3.3 特異解(特異積分)	72
3.4 特性微分方程式	74



練習問題 2	78
<b>第3章 波動方程式</b>	<b>80</b>
1 二階偏微分方程式の三つの型	80
2 一次元波動方程式のコーシー問題	81
3 弦の振動(特性曲線の方法)	87
4 弦の振動(変数分離法, 固有値問題)	90
5 キルヒホフの公式とポアソンの公式(三次元)	96
6 二次元および一次元の解	100
7 波動の伝播とホイヘンスの原理	102
8 非同次波動方程式と遅延ポテンシャル	105
★9 一意性の定理	107
★10 双曲型方程式のコーシー問題と特性曲線	109
練習問題 3	115
<b>第4章 熱伝導方程式</b>	<b>117</b>
1 棒の熱伝導問題(コーシー問題, $\delta$ 関数)	117
2 半無限の棒の熱伝導(誤差関数)	123
3 有限の棒の熱伝導問題および解の一意性	127
★4 最大値原理(最大・最小の原理)	130
練習問題 4	133
<b>第5章 ラプラス方程式とポアソン方程式</b>	<b>135</b>
1 説明と物理的考察	135
1.1 ラプラス方程式の基本解	136
1.2 物理的意味	137
2 二次元ラプラス方程式と境界値問題	139
3 グリーンの公式	144
4 調和関数の基本的性質	147
5 境界値問題の定式化	151
6 グリーン関数とディリクレ問題	154
★7 ノイマン関数とノイマン問題	157
★8 球に対するディリクレ問題	159
★9 ポアソン方程式のディリクレ問題	164



練習問題 5	166
<b>第6章 バーガース方程式と KdV 方程式</b>	<b>169</b>
1 バーガース方程式	170
1.1 コウルーホップの変換	170
1.2 定常解(衝撃波)	172
1.3 初期値問題の例(三角波解)	174
2 KdV 方程式	177
2.1 孤立波および周期波解(定常解)	179
2.2 無限個の保存量	183
★2.3 二つのソリトンの相互作用	186
練習問題 6	190

## 第II部 方程式の解法

<b>第7章 変数分離法(特殊関数のいろいろ)</b>	<b>195</b>
1 膜の振動(ベッセル関数)	195
2 水波(分散性波動, 正弦関数)	203
3 球座標のラプラス方程式(球面関数)	207
3.1 ルジャンドル多項式	209
3.2 ルジャンドル陪関数と球面関数	212
4 境界値問題への球面関数の応用	214
5 ヘルムホルツ方程式(球ベッセル関数)	216
6 シュレディンガー方程式(水素原子, ラゲール多項式)	220
練習問題 7	225
<b>第8章 差分法(数値解法)</b>	<b>228</b>
1 差分方程式	228
2 熱伝導問題の差分法	231
3 差分方程式の安定性と収束性	234
4 陰差分方程式	237
練習問題 8	238

第9章	積分変換法, グリーン関数法, 相似解法	239
1	三次元熱伝導の初期値問題(フーリエ変換法)	240
2	半無限の棒の熱伝導問題(ラプラス変換法)	244
★3	グリーン関数法	247
3.1	非同次のヘルムホルツ方程式	247
3.2	非同次波動方程式	251
4	相似解の方法	253
4.1	熱伝導方程式	253
4.2	バーガース方程式	255
第10章	コーシー問題の解(べき級数解)	257
あとがき		260
練習問題の略解		262
索引		272