

目次

序	iii
訳者序	v
謝辞	vi
6 2次差分方程式に基づくモデル	1
6.1 R^2 の写像の起源 遅延および結合ロジスティック写像; 拡大相空間 ($R^2 \times I$) におけるポアンカレ断面; 保測写像; 非保存写像 対 保存写像; レヴィンソン・スミス緩和振動子; エノン・ハイレス ハミルトニアン	1
6.2 回転数と巻き数 写像と流れ; 結び目; 運動の代数的定数	8
6.3 カートライト・リトルウッド, レヴィンソン, レヴィ解析 強制自己励起振動子の解の異常族 K_0 ; ベルヌーイ列との同等性; レヴィの拡張	14
6.4 R^2 の抽象的な非保存写像 エノン写像; ストレンジ・アトラクター; 縮小写像; 幾何学的に荒々しい集合 対 力学的に荒々しい集合; リャプノフ指数; 周期3は R^2 ではカオスを意味しない; 吸引の鉢の間のフラクタル境界; ジュリア集合とマンデルブロー集合; ニュートン写像	19
6.5 標準写像; ねじれ写像 振動する面の上の球; マイクロトロン加速器; 周期ポテンシャルにおける調和格子; トーラス状の磁場; ねじれ写像;	29
6.6 '近可積分'系 ポアンカレ最後の幾何定理; 双曲および楕円不動点; 安定および不安定多様体; ホモクリニックおよびヘテロクリニック点; KAM 曲面; ポアンカレのカオス的絡みあい; ベルヌーイ列	35
6.7 KAM 曲線の分解 小分母; 無理回転数; 計算機による研究; 連分数表示; 標準写像と黄金数	49
6.8 数学的カオスにおける物理的規則性 カオス的磁力線と微分可能な磁場	56
6.9 チリコフの共鳴重合判定基準 周期的にキックされる振動子の例	58
6.10 数値的ポアンカレ写像と不連続ダイナミックス エノンの積分法	62

6.11	エノン・ハイレスと戸田・ハミルトン系 非可積分系と可積分系のポアンカレ写像	64
6.12	R^2 および T^2 上の抽象保測写像 エノン写像; 包含写像; アーノルドの猫写像; 混合性	69
6.13	集合の写像 周期強制保存振動子の折り畳みとねじれ	79
6.14	格子上の写像 ラヌーの標準写像の研究と $n \times n$ 格子上での拡張; ランダム写像族; 格子上のアーノルドの猫写像; 短いポアンカレ再帰, ゴースト	81
6.15	ダイナミック・エントロピーと情報生成 相空間の分割の攪拌; コルモゴロフ・ シナイ エントロピーと位相的エントロピー; 情報理論的説明	88
6.16	エピローグ: 1つ屋根の下の, 規則性-規則性, 規則性-カオス, カオス-カオス 練習問題に対する注釈	103 104
7	3次微分系に基づくモデル	109
7.1	3次線形方程式 不動点の特徴づけ; 安定, 不安定, 中心多様体, 流れのさまざまな 表現	110
7.2	非線形流れ 中心サイクル, 鞍状サイクル; ポアンカレの再帰写像; 局所メビウス帯 多様体; 隣接する鞍状-結節または螺旋結節からの '相互作用のある' 流れ	116
7.3	ローレンツ・モデル 歴史的由来; r の関数としての不動点の分岐; 縮小および大域 的吸引性の特徴	121
7.4	ローレンツのカオス的力学 ローレンツ '写像'; ローレンツのフラクタル 'マッチ'; ストレンジ・アトラクター	127
7.5	'ローレンツ力学' 流体系 ローレンツ方程式にしたがう円環管内の流体の流れ	131
7.6	ダイナモ・ダイナミックス 地球磁場の驚くべきダイナミックス; (ローレンツ系に) 類似なカオス・ダイナミックスをもつ物理的には無関係な簡単な円盤ダイナモ	135
7.7	ローレンツのホモクリニック分岐とヘテロクリニック分岐 最初のホモクリ ニック分岐より上で最初のヘテロクリニック分岐より下の r に対する流れの大域位 相的性質—複雑に込み入った描像; '前乱流'	141
7.8	ローレンツ・ホップ分岐 劣臨界分岐	154
7.9	各種のパラメータ値のローレンツ・ダイナミックス 安定極限サイクル低調和 (鞍状-結節) 分岐; メビウス帯と結び目のある極限サイクル; 間欠性; 2重安定性; それとカオスについてたくさん!	154
7.10	リャプノフ指数 定義とその指数を得るための方法; ローレンツ系への応用と2重 安定性	164
7.11	レスラーのモデル モデル化に対する 'もち上げ' 法による取り組み; モデル R^1 , リャ プノフ指数, ポアンカレ写像, ローレンツ '写像' とコントロール集合; 'ステッキ' 折り畳み と第2コントロール集合; 低調和分岐; 最大のリャプノフ指数, 漏斗状アトラクター, 相コ ヒーレンス, ダリの極限サイクル; モデル R^2 , 2重安定カオス; 回転盤上のあめ機械の 流れ	171

7.12	リャプノフ指数とストレンジ・アトラクターの次元 可能な関係についての 発見的議論;カプラン・ヨークの予想	188
7.13	開放系・化学振動 ベロウソフ・ジャボチンスキーの発見;フィールド・ノイエスの 'オレゴネイター';緩和振動子	192
	練習問題に対する注釈	196
8	'中間次数の' システム	199
8.1	線形系 ポアンカレの変分方程式;不動点近傍, 漸近的性質 (リャプノフ指数) そして 周期的および概周期的係数をもつ場合;格子基準モードとシュレディンガーの解	200
8.2	チューリングの線形の化学的形態形成システム	207
8.3	'可積分' ハミルトン系 n 次元トーラス上の運動;隣接状態の分離	212
8.4	コルモゴロフ・アーノルド・モーザーの定理 '近可積分' 系	218
8.5	ポアンカレの定理とフェルミの定理;アーノルド拡散	220
8.6	フェルミ・パスタ・ウーラム (FPU) 現象と等分配 エネルギーの非等分配; 'シナジェティックス'の初期の例;等分配とエルゴード性;不可逆性の影響 (格子熱 伝導)	223
8.7	分子モデル 戸田の指数ポテンシャル	231
8.8	戸田格子における孤立波 1 および 2 '保存' 圧縮パルスの解析解;クノイド波	236
8.9	種々の戸田格子のダイナミックス フォード・スタッガード・ターナーの等質量 戸田格子の可積分性の数値的予測;フラッシュカとエノンの積分;2 原子戸田格子 ($1 \geq m_1/m_2 \geq 0$) の '物理的' 重要性?;カオス挙動の影響と格子熱伝導	242
8.10	パウルベ特性と可積分性予想 可積分性の探索のためのコワレフスカヤの複素時間 の利用	254
8.11	化学振動と散逸開放系の構造 'ブラセレイター' と拡散的に結合されたブラセレイ ターチューリング構造)	263
8.12	チューリングの形態形成方程式に関するスメールの解析 拡散を使った '死んだ' 要素から '生命' を生成する;大域的様相	269
8.13	高次散逸系のダイナミックスを低次元 R^n へ埋め込む ターケンスとクラッチフ ィールド・ファーマー・パッカー・ショウの方法;トーラス結び目の例;化学反応と テイラー渦への応用	274
8.14	生きているシステムのダイナミックス 定義と問い;アイゲン・シュスターの ハイパーサイクルの擬種, エラー・カタストロフィー;複製方程式;平均適合;一般 ロトカ・ヴォルテラ方程式;ホフバウアーの定理, 位相軌道同値;スメールの観察	285
8.15	エピローグ: 開放系;開け胡麻!	296
	練習問題に対する注釈	298
9	ソリテール: ソリトンと非ソリトン	301
9.1	格子の連続体極限と 'ソリテール' 解	302
9.2	リーマン不変量とコルトヴェーグ・ドフリース方程式	309

9.3	バーガーズ方程式と KdV 方程式の比較 散逸対分散	312
9.4	バーガーズ方程式の厳密解, ホップ・コール変換	315
9.5	逆散乱変換 (IST) に到る簡単な歴史 ザブスキーとクルスカルの‘ソリトン’の発見; 保存則; ミウラ変換; ‘シュレディンガー方程式’	317
9.6	KdV 方程式の一般解 ガードナー・グリーン・クルスカル・ミウラの解析; ゲルファント・レヴィタンの定理; 逆散乱変換	323
9.7	純ソリトン解 KdV 方程式; ランダウ・リップシッツ部分集合	329
9.8	ラックスの定式化 KdV の例	335
9.9	サイン・ゴールドン方程式 キンク; 位相ソリトン; プレザー・モード	338
9.10	ソリトン理論における広田の‘直接法’ 広田の 2 項作用素; 非線形変換 (タイプ A,B,C); 双線形方程式と特別厳密解	345
9.11	IST の AKNS 定式化 (!!) Ablowitz-Kaup-Newell-Segur のザハロフ・シャバットの 方法の拡張; サイン・ゴールドン, 双曲サイン・ゴールドン, 非線形シュレディンガー, 修正 KdV およびタイム方程式との IST 一般解の関連	352
9.12	差分方程式の間のベックルンド変換 ベックルンド変換; 可積分条件; 例	356
9.13	不変ベックルンド変換 自由パラメータ; 非線形重ね合わせ; リッカチ方程式	359
9.14	無限個の保存則 不変ベックルンド変換との関係	363
9.15	先へ進んで 高次元; 共鳴相互作用	365
	練習問題に対する注釈	368
10	結合写像 (CM) とセル・オートマトン (CA)	371
10.1	全体像 連続および離散の変数と関数をもつラグランジュ・モデルとオイラー・モデル	371
10.2	いくつかの結合写像 (CM) ロジスティック・ダイナミックスにしたがう拡散および 他の結合をするセル; 多重周期領域; 多周期の共存; ‘半周期的乱流’; 空間・時間間欠性; 非斉次 CM	375
10.3	結合格子写像 (CLM = CA) 一般的な族; 大野・甲元の化学反応モデル; ‘乱流’, ‘ソリトン’ および周期的空間・時間パターン; 非周期, 可励起セル, 拡散的結合, 双安定セル	386
10.4	一般的なセル・オートマトン (CA) フォンノイマンの問い; ウーラムの示唆; 定義されるダイナミックス	394
10.5	‘合法的’セル・オートマトン 静止と対称条件	397
10.6	合法的 CA に対する一般的関連 CA 規則, 状態および様相に対する可能な 物理的關係	398
10.7	簡単な例 ‘自己増殖’	399
10.8	近傍様相と力学規則 規則数; ‘全体主義的’CA	401
10.9	CA の力学特性のいくつかの分類 ダイナミックスの 4 つの定性的カテゴリー	402
10.10	1 次元 CA のエントロピー ‘カオス’ または ‘乱流’ のエントロピー測定の可能性 と欠点	410

10.11	部分 CA 規則からの粒子状ダイナミックス 遅れがあるおよび遅れのない衝突する ‘粒子’；振動する‘分子’	415
10.12	2次元 CA フォンノイマン近傍；フレドキンの‘自己増殖’規則	418
10.13	エデンの園様相 力学的に起りえない様相；ムーアの定理	420
10.14	J.H. コンウェイの‘ライフ’ ムーア近傍；へび，池，ウインカー，蜜蜂の巣箱， はしけ，理髪店の広告塔，大食漢，グライダーとグライダー・ガン	423
10.15	励起可能媒質 静止，興奮および休止状態	426
10.16	反転可能 CA と物理的ダイナミックス 反転可能对可逆ダイナミックス； 自然の記述，どのようにして達成できるか？，付録：フォンノイマンの問題	428
	練習問題に対する注釈	433
エピローグ：複雑系を‘理解’する 配列構造 (オーダー)，組織；最後の注意—モデル，因果律，不可逆性		439
付録 J	カートライト・リトルウッドとレヴィンソンの強制緩和振動子について	461
付録 K	スメールの馬蹄写像	470
付録 L	コルモゴロフ・アーノルド・モーザーの定理のノート	474
文 献		483
話題ごとの参考文献		513
索 引		549

I 巻 の 目 次

非線形ダイナミクスに関連する概念

1 はじめに . . .

- 1.1 . . . ポアンカレありき
- 1.2 ‘非線形現象’とは何か 射影，モデルおよび線形微分方程式と非線形微分方程式の関係
- 1.3 2つの神話 線形と解析的の神話
- 1.4 モデル化についての注意 純粋数学と‘経験的’数学
- 1.5 研究の順番と構成 ダイナミック次元，連続変数と離散変数；非線形ダイナミクスへの解析的，定性的，計算的および実験的アプローチ；ダイナミクスの複雑さへのしのびより