

目 次

はしがき	iii
凡 例	v
記号表	vi
積分路	viii
特殊函数の系統図	x
数表の目次	xxi
第 I 篇 ガンマ函数および初等函数の不定積分	1
第 1 章 ガンマ函数とそれに関連した函数	1
§ 1 ガンマ函数	1
(i) ガンマ函数および Gauss のパイ函数	1
(ii) ガンマ函数の積分表示	6
§ 2 ベータ函数	8
§ 3 ポリ・ガンマ函数	9
(i) ポリ・ガンマ函数およびベータ (β) 函数	9
(ii) ポリ・ガンマ函数の積分表示	12
§ 4 不完全ガンマ函数	14
(i) Legendre の不完全ガンマ函数	14
(ii) 不完全ベータ函数	15
(iii) Pearson 函数	16
第 2 章 ツェータ函数	17
§ 5 ツェータ函数	17

(i) Riemann のツェータ函数	17
(ii) 一般のツェータ函数.....	18
(iii) 変形されたツェータ函数.....	19
第3章 初等函数の不定積分	21
§6 初等函数の不定積分.....	21
(i) 積分指数函数など	21
(ii) 積分指数函数などの級数展開	24
(iii) 積分指数函数などの定積分表示	27
§7 積分指数函数などを含む積分と級数.....	28
(i) 積分指数函数などを含む函数の不定積分	28
(ii) 積分指数函数などを含む定積分	29
(iii) 積分三角函数などを含む級数の和	32
第II篇 楕円函数	33
第1章 楕円函数	33
§8 2重周期函数と楕円函数の一般性質	33
§9 Weierstrass の楕円函数.....	34
(i) Weierstrass の \wp 函数, ζ 函数および σ 函数	34
(ii) コ・シグマ函数	38
§10 Jacobi の楕円函数	39
(i) sn , cn , dn 函数	39
(ii) Weierstrass の楕円函数と Jacobi の楕円函数との関係..	42
(iii) 変数の変換	43
§11 楕円函数の応用	44
第2章 楕円テータ函数.....	46
§12 楕円テータ函数の定義と性質	46

§ 13	テータ函数と楕円函数との関係	49
(i)	Weierstrass の楕円函数との関係	49
(ii)	Jacobi の楕円函数との関係	50
(iii)	Jacobi のテータ函数	50
第3章	楕円モジュラ函数	52
§ 14	楕円モジュラ函数	52
(i)	絶対不変式とモジュラ函数	52
(ii)	ラムダ(λ)函数	53
第Ⅲ篇	超幾何函数	55
第1章	超幾何函数と Riemann の P 函数	55
§ 15	超幾何函数	55
(i)	Pochhammer の一般化された超幾何函数	55
(ii)	Gauss の超幾何函数	58
§ 16	超幾何微分方程式と Riemann の P 函数	62
(i)	Riemann の P 函数	62
(ii)	超幾何微分方程式の解	64
第2章	合流型超幾何函数	67
§ 17	合流型超幾何函数	67
(i)	Kummer の合流型超幾何函数	67
(ii)	合流型超幾何微分方程式	68
(iii)	特殊函数の微分方程式による分類	70
§ 18	Whittaker の函数	71
(i)	Whittaker の函数	71
(ii)	Laguerre の函数 (Sonine の函数)	74
(iii)	Coulomb の波動函数	75

§ 19	放物柱函数 (Weber の函数)	75
第 3 章	初等函数の近似式	79
§ 20	初等函数の近似式	79
第 IV 篇	直交多項式	82
§ 21	Legendre の多項式 $P_n(x)$	82
§ 22	Gegenbauer の多項式 $C_n^\nu(x)$	86
§ 23	Tchebycheff の多項式	88
(i)	Tchebycheff の多項式 $T_n(x)$	88
(ii)	第 2 種 Tchebycheff 函数 $U_n(x)$	90
§ 24	Hermite の多項式 $H_n(x)$	91
(i)	Hermite の多項式 $H_n(x)$	91
(ii)	第 2 種 Hermite 函数 $h_n(x)$	94
§ 25	Jacobi の多項式 $G_n(\alpha, \gamma; x)$	95
§ 26	Laguerre の多項式 $L_n^{(\alpha)}(x)$	96
§ 27	選点直交多項式	99
第 V 篇	球函数	103
第 1 章	Legendre 函数	103
§ 28	Legendre 函数	103
(i)	函数 $P_\nu(z)$ と $Q_\nu(z)$	103
(ii)	第 2 種帯球函数 $Q_n(z)$	107
§ 29	Legendre 函数の積分表示と定積分	109
(i)	一般の第 1 種 Legendre 函数 $P_\nu(z)$ の積分表示	109
(ii)	Legendre の多項式 $P_n(z)$ の積分表示	110
(iii)	一般の第 2 種 Legendre 函数 $Q_\nu(z)$ の積分表示	111
(iv)	$Q_n(z), \bar{Q}_n(x)$ の積分表示	112

(v) $P_n(z), Q_n(z)$ を含む定積分	113
§ 30 Legendre 函数による無限級数展開	115
(i) 直交函数系 $P_n(z)$ による無限級数展開	115
(ii) $P_n(z), Q_n(z)$ による無限級数展開	118
第 2 章 Legendre 陪函数	119
§ 31 一般の Legendre 陪函数	119
(i) 一般の Legendre 陪函数	119
(ii) 漸近式	123
(iii) 漸化式	126
(iv) 積分表示と定積分	127
§ 32 通常の Legendre 陪函数	129
(i) $\mu = m$ (整数) の場合の Legendre 陪函数	129
(ii) μ, ν が整数の場合の Legendre 陪函数	130
(iii) 通常の Legendre 陪函数の漸近式, 母函数および積分表 示	135
(iv) Legendre 陪函数の直交関係および定積分	136
(v) Legendre 陪函数の級数および加法定理	137
§ 33 円錐函数と円環函数	138
(i) 円錐函数	138
(ii) 円環函数	139
第 3 章 球面調和函数	140
§ 34 調和函数と特殊函数	140
§ 35 球調和函数と球面調和函数	141
(i) 球調和函数および球面調和函数	141
(ii) 球面調和函数の直交性と直交級数展開	143

第VI篇 Bessel 函数	145
第1章 円柱函数	145
§ 36 円柱函数の定義と基本性質	145
(i) 円柱函数の定義と Bessel の微分方程式	145
(ii) 円柱函数としゅじゅの特殊函数との関係	150
(iii) Bessel 函数の零点	151
§ 37 円柱函数の漸近展開	153
(i) $ z $ が大きいときの漸近展開	153
(ii) ν が大きいときの漸近展開	156
(iii) $z \sim \nu \rightarrow \infty$ のときの漸近展開	157
§ 38 円柱函数の漸化式および微分	158
(i) 円柱函数の漸化式	158
(ii) 円柱函数の微分および微分を含む漸化式	159
(iii) Lommel の公式	159
(iv) 円柱函数に帰着される微分方程式	161
第2章 球 Bessel 函数	163
§ 39 半奇数次の Bessel 函数	163
§ 40 球 Bessel 函数	165
(i) 球 Bessel 函数の微分方程式	165
(ii) 球 Bessel 函数の初等函数による表示および冪級数 ..	166
(iii) 球 Bessel 函数の漸化式および微分	169
第3章 変形された Bessel 函数	170
§ 41 変形された Bessel 函数	170
(i) 変形された Bessel 函数	170
(ii) 変形された Bessel 函数の漸化式および微分	173
§ 42 Kelvin 函数	174
付. Bessel 函数の記号対照表	176

第4章 Bessel 函数の積分表示および Bessel 函数 を含む函数の積分	178
§ 43 Bessel 函数の積分表示	178
(i) 第1種 Bessel 函数の積分表示	178
(ii) 第2種 Bessel 函数の積分表示	182
(iii) Hankel 函数の積分表示	183
(iv) 球 Bessel 函数の積分表示	185
(v) 変形された Bessel 函数の積分表示	186
§ 44 Bessel 函数を含む函数の不定積分	189
(i) 一つの円柱函数を含む不定積分	189
(ii) 二つの Bessel 函数を含む不定積分	189
(iii) 球 Bessel 函数の不定積分	191
§ 45 Bessel 函数を含む積分区間 $(0, \infty)$ の定積分	192
(i) Bessel 函数およびその積の定積分	192
(ii) Bessel 函数と代数函数の積の定積分	192
(iii) Bessel 函数と指数函数の積の定積分	198
(iv) 対数変換の型の定積分	201
(v) Bessel 函数と三角函数の積の定積分	201
(vi) 第I篇に現われた特殊函数の Bessel 変換の型の定積分	203
(vii) 積分区間 $(-\infty, \infty)$ の定積分	204
§ 46 Bessel 函数を含む有限区間での定積分	205
(i) J_ν (三角函数) などの形の函数を含む区間 $(0, \pi/2)$ での 定積分	205
(ii) 接合積の型の定積分	205
(iii) その他の有限区間での定積分	206
第5章 Bessel 函数の級数および加法定理	207
§ 47 Bessel 函数による級数展開	207

(i) Neumann 級数	207
(ii) Kapteyn 級数	208
(iii) Schlömilch 級数	209
(iv) Dini の展開	210
§ 48 初等函数の Bessel 函数による級数表示	210
(i) 初等函数の Neumann 展開	210
(ii) 初等函数の Kapteyn 展開	213
(iii) 初等函数の Schlömilch 展開	215
(iv) (球 Bessel 函数) × (球面調和函数) を項とする級数展開	215
§ 49 Bessel 函数の Bessel 函数による級数表示および 加法定理	216
(i) 円柱函数の Bessel 函数による級数展開	216
(ii) Bessel 函数の倍数公式	217
(iii) Bessel 函数の加法定理	218
第 6 章 Bessel 函数に関連した諸函数	221
§ 50 Neumann の多項式と Schläfli の多項式	221
(i) Neumann の多項式 $O_n(t)$	221
(ii) 第 2 種 Neumann の多項式 $\Omega_n(t)$ と拡張された Neumann の多項式 $A_{n,\nu}(t)$	223
(iii) Schläfli の多項式 $S_n(t)$	224
§ 51 Lommel の多項式	225
(i) Lommel の多項式 $R_{n,\nu}(z)$	225
(ii) 変形された Lommel の多項式 $g_{n,\nu}(z)$	226
§ 52 Struve 函数, Anger 函数および Weber 函数	227
(i) Struve 函数 $H_\nu(z), L_\nu(z)$	227
(ii) Anger 函数 $J_\nu(z)$ および Weber 函数 $E_\nu(z)$	228
(iii) Whittaker の積分函数 $O_\nu(z)$	231

§ 53 Bessel 函数に関連したその他の函数	231
(i) 一般化された Airy の積分	231
(ii) Bourget-Giuliani の函数 $J_{n,k}(x)$ と Cauchy の係数 $N_{-n,k,m}$	233
第 VII 篇 楕円体函数	235
第 1 章 楕円体函数および Lamé 函数	235
§ 54 楕円体函数の微分方程式	235
(i) 楕円体微分方程式と Lamé の微分方程式	235
(ii) 合流型楕円体微分方程式	236
§ 55 Lamé 函数	239
第 2 章 Mathieu 函数	241
§ 56 Mathieu 函数	241
(i) Mathieu の微分方程式と解の安定域	241
(ii) 整数次の Mathieu 函数	243
(iii) 非整数次の Mathieu 函数	247
第 3 章 回転楕円体波動函数	249
§ 57 回転楕円体波動函数	249
(i) 第 1 種回転楕円体波動函数 $pe_n^m(z)$	249
(ii) 第 2 種回転楕円体波動函数 $qe_n^m(z)$	251
(iii) 半径函数	253
(iv) 二, 三の特別な場合	254
付 録	255
1. 数 表	255
2. 数学者年表	273
3. 文献表	274
4. 函数表の案内	280
索 引	299
函数記号索引	308