

目 次

はしがき	iii
凡 例	v
記号表	vi
(i) 数	vi
(ii) 特殊函数	vii
第 I 篇 級数の和	1
第 1 章 有限級数の和	1
§ 1 多項式の級数	1
(i) 等差級数, 等比級数および二項定理	1
(ii) 自然数の冪和	1
(iii) Bernoulli の多項式	3
(iv) 自然数の積和	4
§ 2 自然数の有理函数の級数	6
(i) 一般の計算法	6
(ii) 自然数の逆数の冪和	7
(iii) 自然数の逆数の積和	8
§ 3 階乗および二項係数を含む有限級数	10
(i) 階乗を含む有限級数	10
(ii) 二項係数を含む有限級数	10
§ 4 有限三角級数	13
§ 5 有限函数項級数	15
(i) 有限冪級数	15

(ii)	有理函数の有限級数	16
(iii)	三角函数を含む有限級数	17
(iv)	双曲線函数を含む有限級数	23
§ 6	有限乗積	24
(i)	数値の有限乗積	24
(ii)	函数項の有限乗積	25
第 2 章	数の無限級数の和	29
§ 7	級数求和法	29
(i)	級数の和	29
(ii)	級数求和法	29
(iii)	級数の和の近似計算	33
§ 8	自然数の逆数の型の無限級数	37
(i)	調和函数の型の無限級数	37
(ii)	自然数の逆数の冪の級数	39
(iii)	自然数の逆数の積の級数	42
(iv)	n の多項式の逆数の級数	48
(v)	定数の冪を含む級数	49
(vi)	階乗を含む級数	49
§ 9	その他の数値級数	51
第 3 章	函数項の無限級数の和	53
§ 10	冪級数	53
(i)	x^n の係数が n の有理函数である冪級数	53
(ii)	x^n の係数に階乗を含む冪級数	55
(iii)	x^n の係数に $m!!/n!!$ を含む冪級数	58
(iv)	x^n の係数に有限級数の和を含む冪級数	60
(v)	x^n の係数に助変数を含む冪級数	61

§ 11	x の函数の冪級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (f(x))^n$	62
(i)	$f(x)$ が有理函数の場合	62
(ii)	$f(x)$ が三角函数の場合	62
(iii)	$f(x)$ が双曲線函数の場合	64
(iv)	Dirichlet 級数	64
§ 12	有理函数の級数	66
(i)	一定次数の多項式の逆数の級数	66
(ii)	階乗級数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! a_n}{x(x+1)\cdots(x+n)}$	69
(iii)	Lambert 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n x^n}{1-x^n}$	70
§ 13	Fourier 級数	71
(i)	数値係数の Fourier 級数	71
(ii)	係数に助変数を含む Fourier 級数	76
(iii)	$\sum a_n \sin(x+n\theta)$ の型の級数	79
§ 14	三角函数を含むその他の級数	81
(i)	$\sum a_n f(x/2^n)$ の型の級数	81
(ii)	逆三角函数の級数	81
(iii)	双曲線函数の級数	81
第 4 章	無限乗積および無限連分数	83
§ 15	無限乗積	83
(i)	無限乗積の定義	83
(ii)	数値の無限乗積	83
(iii)	函数項の無限乗積	85
§ 16	無限連分数	89
第 II 篇	級数論	91
第 1 章	数列とその極限值	91

§ 17	数列の収斂発散	91
	(i) 極限値の定義と基本性質	91
	(ii) 上限下限および上極限下極限	92
	(iii) Landau の記号	94
§ 18	数列の極限値	94
	(i) 数列の極限値の例	94
	(ii) 数列の漸近値	100
第 2 章	級数の収斂発散および級数展開定理	102
§ 19	数値級数の収斂判定法	102
	(i) 正項級数の収斂判定条件	102
	(ii) 一般級数の収斂判定条件	105
	(iii) 無限級数の積	107
§ 20	2重数列と2重級数	107
	(i) 2重数列	107
	(ii) 2重級数	110
§ 21	函数項級数および一様収斂	113
	(i) 一様収斂の定義とその判定法	113
	(ii) 函数項級数の項別微分および項別積分	116
§ 22	冪級数	120
	(i) 冪級数の収斂発散	120
	(ii) 冪級数の収斂円周上における性質	122
	(iii) Taylor 展開	124
	(iv) 他の型の冪級数展開	127
§ 23	その他の函数項級数	129
	(i) Dirichlet 級数	129
	(ii) 階乗級数および二項係数級数	131

(iii)	Lambert 級数	132
(iv)	有理型函数の部分分数展開	133
(v)	整函数の無限乗積展開	134
第 3 章 おもな初等函数の冪級数展開		137
§ 24	Bernoulli の数および Euler の数	137
(i)	Bernoulli の数 B_n	137
(ii)	正接係数 T_n	138
(iii)	Euler の数 E_n	138
§ 25	おもな解析函数の冪級数展開の例	139
(i)	代数函数の冪級数展開	140
(ii)	指数函数および双曲線函数の冪級数展開	141
(iii)	対数函数および逆双曲線函数の冪級数展開	143
(iv)	三角函数および逆三角函数の冪級数展開	145
(v)	指数函数, 対数函数, 三角函数を 2 種以上含む解 析函数の冪級数展開	148
第 4 章 発散級数および漸近級数		153
§ 26	級数総和法	153
(i)	Cesàro の総和法	153
(ii)	Hölder の総和法	155
(iii)	Riesz の総和法	156
(iv)	Abel の総和法	156
(v)	Borel の総和法	157
(vi)	Euler の総和法	159
§ 27	超函数の意味での収斂	160
§ 28	漸近級数	163
(i)	漸近級数の定義と性質	163

(ii) 函数の漸近展開の例	166
第 5 章 数列および級数に関する不等式	169
§ 29 おもな絶対不等式	169
§ 30 増加函数および凸函数に関する不等式	173
第 III 篇 三角函数および双曲線函数	175
第 1 章 三角函数	175
§ 31 三角函数の基本公式	175
(i) 三角函数の定義	175
(ii) 三角函数の相互の関係	178
(iii) 負角および $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi$ の倍数差の角の三角函数	179
(iv) 特別な角の三角函数	181
(v) 不等式および近似式	182
§ 32 三角函数の加法定理	183
(i) 加法定理	183
(ii) 和を積に直す公式	184
(iii) 積を和に直す公式	184
§ 33 倍角および半角の三角函数	186
(i) 倍角の正弦	186
(ii) 倍角の余弦	187
(iii) 倍角の正接, 余接, 正割, 余割	188
(iv) 倍角の三角函数の積表示	188
(v) 三角函数の冪	190
(vi) 半角の三角函数	190
§ 34 逆三角函数	192
(i) 逆三角函数の定義	192

(ii) 逆三角函数の相互の関係	192
(iii) 逆三角函数の加法定理	195
(iv) 特別な値に対する逆三角函数の間の関係	196
第 2 章 三角法	198
§ 35 平面三角形	198
(i) 角の間の関係式	198
(ii) 辺と角を含む公式	199
§ 36 球面三角形	200
第 3 章 双曲線函数	203
§ 37 双曲線函数の基本公式	203
(i) 双曲線函数の定義	203
(ii) 双曲線函数の相互の関係および近似式	205
§ 38 双曲線函数の加法定理	206
(i) 加法定理	206
(ii) 和と積の変換公式	206
§ 39 倍数半数変数の双曲線函数	208
(i) 倍数半数変数の双曲線正弦	208
(ii) 倍数半数変数の双曲線余弦	209
(iii) 倍数半数変数の双曲線正接, 双曲線余接	210
(iv) 倍数変数の双曲線函数の積表示	211
(v) 双曲線函数の冪	212
(iv) 双曲線函数と三角函数とを含む公式	212
§ 40 逆双曲線函数	214
§ 41 Gudermann 函数	217
第 4 章 複素変数の三角函数, 双曲線函数	219
§ 42 複素変数の三角函数, 逆三角函数	219

(i)	複素変数の指数函数, 対数函数	219
(ii)	複素変数の三角函数	220
(iii)	三角函数の無限乗積展開と部分分数展開	222
(iv)	複素変数の逆三角函数	223
§ 43	複素変数の双曲線函数, 逆双曲線函数	224
(i)	複素変数の双曲線函数	224
(ii)	双曲線函数の無限乗積展開と部分分数展開	226
(iii)	複素変数の逆双曲線函数	226
第 IV 篇	Fourier 級数	228
第 1 章	Fourier 級数の収斂発散	228
§ 44	三角級数と Fourier 級数	228
(i)	三角級数	228
(ii)	Fourier 級数の定義と基本性質	229
(iii)	$[0, 2\pi]$ 以外の区間における Fourier 展開	231
§ 45	Fourier 級数の収斂条件	233
(i)	Fourier 係数の性質	233
(ii)	函数に関する収斂判定法	235
(iii)	Fourier 級数の項別微分積分	237
(iv)	Gibbs の現象	237
(v)	Fourier 級数の総和定理	238
第 2 章	初等函数の Fourier 展開	240
§ 46	代数函数の Fourier 展開	240
(i)	階段函数の Fourier 展開	240
(ii)	1 次式の Fourier 展開	242
(iii)	2 次式の Fourier 展開	244
(iv)	3 次以上の多項式の Fourier 展開	245

(v) その他の代数函数の Fourier 展開	245
§ 47 指数函数および双曲線函数の Fourier 展開	246
(i) 指数函数の Fourier 展開	246
(ii) 双曲線函数の Fourier 展開	247
§ 48 三角函数を含む函数の Fourier 展開	248
(i) 三角函数の Fourier 展開	248
(ii) 三角函数の有理函数の Fourier 展開	250
(iii) 三角函数と x との有理函数の Fourier 展開	251
(iv) 逆三角函数を含む函数の Fourier 展開	252
(v) 三角函数の対数を含む函数の Fourier 展開	253
(vi) その他の函数の Fourier 展開	254
第 3 章 直交函数系	255
§ 49 直交函数系の一般論	255
(i) 直交系の定義	255
(ii) 直交級数	256
(iii) Schmidt の直交化	257
§ 50 直交函数系の例	258
(i) おもな直交多項式	258
(ii) その他の直交函数系	259
第 V 篇 積分変換	261
第 1 章 Fourier 変換	261
§ 51 Fourier 変換と反転公式	261
(i) Fourier の積分公式	261
(ii) Fourier 変換の一般公式	263
(iii) 多変数函数の Fourier 変換	265
§ 52 Fourier 変換の収斂定理	265

(i)	Fourier 変換の収斂条件	266
(ii)	L^2 の函数の Fourier 変換	268
(iii)	Fourier 変換の総和定理	269
(iv)	核による表示と Fourier 変換	270
(v)	超函数の Fourier 変換	272
§ 53	おもな初等函数の Fourier 変換	274
(i)	代数函数の Fourier 変換	275
(ii)	指数函数の Fourier 変換	276
(iii)	双曲線函数の Fourier 変換	277
(iv)	対数函数, 逆双曲線函数, 逆三角函数の Fourier 変換	278
(v)	三角函数の Fourier 変換	279
第 2 章	Laplace 変換	282
§ 54	Laplace 変換の一般公式	282
(i)	Laplace 変換の定義と収斂域	282
(ii)	Laplace 変換の反転公式	283
(iii)	函数に演算を施したときの Laplace 変換	283
§ 55	おもな初等函数の Laplace 変換	285
(i)	階段函数の Laplace 変換	286
(ii)	代数函数の Laplace 変換	287
(iii)	指数函数の Laplace 変換	290
(iv)	双曲線函数の Laplace 変換	291
(v)	対数函数, 逆双曲線函数の Laplace 変換	292
(vi)	三角函数の Laplace 変換	293
第 3 章	Heaviside 演算子法	296
§ 56	Heaviside 演算子法とその応用	296
(i)	Heaviside 演算子	296

(ii) Heaviside 演算子法の一般公式.....	297
(iii) Heaviside 演算子法の線型常微分方程式への応用.....	300
§ 57 おもな函数の Heaviside 演算子による変換.....	301
(i) 像函数が代数函数の場合.....	301
(ii) 像函数が指数函数, 双曲線函数の場合.....	303
(iii) 像函数が対数函数, 逆三角函数の場合.....	305
(iv) 像函数が三角函数の場合.....	305
(v) 像函数がその他の函数の場合.....	306
第 4 章 その他の積分変換.....	307
§ 58 Mellin 変換.....	307
(i) Mellin 変換の一般公式.....	307
(ii) おもな初等函数の Mellin 変換.....	308
§ 59 Hilbert 変換.....	311
§ 60 その他の積分変換.....	312
(i) Hankel 変換および Bessel 変換.....	312
(ii) Stieltjes 変換.....	313
(iii) Gauss 変換.....	314
付 録.....	315
1. 定 数 表.....	315
2. 数学者年表.....	320
3. 文 献 表.....	321
索 引.....	329