

目 次

序 章 最小2乗法と内積

0.1	この章の展望	1
0.2	実験データの整理	1
0.3	近 似	4
0.4	平 均	7
0.5	離散値から連続変数へ	9
0.5.1	リーマン積分	9
0.5.2	重みつき平均	10
0.5.3	スチルチェス積分	11
0.5.4	ルベック積分	11
0.6	最小2乗法	13
0.6.1	相加平均と2乗誤差	13
0.6.2	最小2乗法(離散値)	14
0.6.3	最小2乗法(連続変数)	17
0.7	内 積	18
	付 内積を求めるウィノグラドの算法	23

第1章 直交関数の概念

1.1	直交関数の概念	25
1.1.1	最小2乗法の反省	25
1.1.2	線形独立・線形従属	26
1.1.3	直交関係	27
1.1.4	正規化と規格化	28
1.1.5	直交関数系の線形独立性	28
1.2	直交関数系による関数の展開	29
1.3	直交関数系の例	33
1.3.1	三角関数系	33

1.3.2	ラーデマッヘル関数系	35
1.3.3	ウォルシュ関数系	36
1.3.4	ハール関数系	37
1.4	実験計画法への応用	38
1.4.1	計画行列	38
1.4.2	イェイツの算法	40

第2章 ワイエルシュトラスの近似定理と 直交化の手続き

2.1	ワイエルシュトラスの近似定理	43
2.1.1	ワイエルシュトラスの近似定理	43
2.1.2	近似定理の証明とデルタ関数	47
2.1.3	デルタ関数を極限とする関数列の例	50
2.2	直交化の手続き	53
2.2.1	直交化の手続き	53
2.2.2	直交多項式の例	55

第3章 直交多項式

3.1	直交多項式	58
3.1.1	直交多項式	58
3.1.2	直交多項式の零点	59
3.1.3	直交多項式の満足する漸化式	60
3.2	選点直交多項式	62
3.2.1	選点直交多項式	62
3.3	ロドリグの公式	66
3.3.1	ロドリグの公式	66
3.3.2	ルジャンドル多項式	67
3.3.3	ラゲル多項式	68
3.3.4	ソニンの多項式	69
3.3.5	エルミット多項式	70
3.3.6	チェビシェフ多項式	70
3.3.7	チェビシェフ近似	72

3.4	直交多項式の満足する微分方程式	73
	[直交多項式のまとめ]	77

第4章 フーリエ級数

4.1	フーリエ級数	87
4.2	フーリエ展開	88
4.3	任意の有限区間に対するフーリエ級数	95
4.4	複素フーリエ級数	98
4.4.1	三角関数と指数関数との関係	98
4.4.2	複素フーリエ級数	99
4.5	フーリエ積分	100
4.6	線形微分方程式とフーリエ級数	103

第5章 ルジャンドル多項式

5.1	直交関係・微分方程式・母関数	109
5.2	ルジャンドル多項式の母関数	110
5.2.1	ラプラスの方程式	110
5.2.2	ルジャンドル多項式の母関数と漸化式	112
5.3	微分方程式と直交関係	115
5.4	第2種のルジャンドル関数	116
5.5	帯球関数・楕球関数	117

第6章 ベッセル関数

6.1	ベッセル関数	122
6.2	ベッセル関数の母関数	122
6.2.1	ベッセル関数の母関数	122
6.2.2	母関数から導かれる漸化式	124
6.3	ベッセルの微分方程式	125
6.4	ベッセル関数による展開	129

6・4・1	ベッセル関数の直交性	129
6・4・2	規格化積分	130
6・4・3	ベッセル関数による展開	131
6・4・4	円形膜の振動	133
6・5	ベッセルの方程式に帰着する方程式	135

第7章 エルミット多項式

7・1	量子力学的調和振動子	139
7・2	波動関数と昇降演算子	141
7・3	エルミット多項式の母関数	144
7・4	メーラーの公式	145
7・5	密度行列	146
7・6	外力が働いたときの調和振動子	148
7・7	$\omega = \omega(t)$ の場合	149

付 録

1.	局所近似と巾級数	153
A1・1	平均値の定理・テイラー展開	153
A1・2	巾級数の演算	154
2.	連立1次方程式の解法	163
A2・1	クラームルの公式	163
A2・2	ガウスの掃き出し法	165
A2・3	反復法	171
3.	離散値に関する演算	177
A3・1	関数 $f(x)$	177
A3・2	差 分	177
A3・3	和 分	179
A3・4	階乗多項式	180
A3・5	選点直交多項式に対するロドリゲスの公式	183
4.	フーリエ級数の収束性	187
A4・1	‘ギブスの現象’	187

A4・2	級数の和	193
A4・3	フェーエルの定理	197
A4・4	‘ギブスの現象’の平滑化	204
5.	離散フーリエ変換	207
A5・1	離散フーリエ変換	207
A5・2	高速フーリエ変換	210
6.	直交多項式の満足する微分方程式	215
A6・1	ピアソンの微分方程式	215
A6・2	直交多項式の満足する微分方程式	216
7.	球面ベッセル関数	220
A7・1	ヘルムホルツの方程式と球面ベッセル関数	220
A7・2	球面ベッセル関数の満足する関係式	223
	参 考 書	227
	問 題 解 答	231
	記 号 表	251
	索 引	253