

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung	1
1. Approximation von Differentialgleichungen durch Differenzgleichungen . . .	1
2. Zum Begriff der Stabilität einer Differenzgleichung	3
3. Konvergenz als Folge der Stabilität	6
Kapitel I. Die Konvergenz der Lösung der Differenzgleichung gegen die Lösung der Differentialgleichung	
§ 1. Die grundlegenden Definitionen	9
1. Die Differenzgleichung und die Randbedingungen	9
2. Normierung von Funktionen	12
3. Approximation von Differentialgleichungen durch Differenzgleichungen .	12
4. Definitionen der Korrektheit und der Stabilität.	14
§ 2. Konvergenzsätze	16
1. Der Zusammenhang zwischen Korrektheit und Konvergenz	16
2. Asymptotische Darstellung der Differenz $u_n - u$	20
§ 3. Verallgemeinerung der Ergebnisse	23
1. Systeme von Differenzgleichungen	23
2. Die Geradenmethode	23
3. Gitter, die von mehreren Parametern abhängen	23
4. Gitter, die über die Grenzen des Gebietes hinausreichen	24
5. Kompliziertere Fälle	25
6. Zur Definition der Korrektheit für nichtlineare Gleichungen	26
Kapitel II. Verschiedene Arten der Stabilität	
§ 4. Stabilität bezüglich der Anfangsbedingungen	27
1. Anfangsbedingungen für Differenzgleichungen	27
2. Gleichmäßige Stabilität bezüglich der Anfangsbedingungen.	29
3. Ein Kriterium für die gleichmäßige Stabilität bezüglich der Anfangsbedin- gungen	31
4. Der Zusammenhang zwischen der gleichmäßigen Stabilität bezüglich der Anfangsbedingungen und der Stabilität bezüglich der rechten Seite	33
§ 5. Stabilität in einem unbeschränkten Gebiet	39
1. Charakteristische Besonderheiten der Stabilität in einem unbeschränkten Gebiet	39
2. Ein Kriterium für die Stabilität in einem unbeschränkten Gebiet	42

§ 6. Abschätzung der Eigenwerte	43
1. Benutzung der Eigenwerte des Differentialoperators	43
2. Ermittlung eines Gebietes, das alle Eigenwerte eines Differenzenoperators enthält	43
3. Selbstadjungierte Differenzenoperatoren	44
4. Berechnung der Eigenwerte in einfachen Fällen	44
5. Die Variationsmethode zur Abschätzung der Eigenwerte sowie weitere Methoden	45
§ 7. Iterationsprozesse und Stabilität von Gleichungen	46
1. Aufgabenstellung	46
2. Bedingungen für die Konvergenz eines Iterationsverfahrens	47
3. Beschleunigung der Konvergenz	51
4. Untersuchung der Stabilität von Gleichungen, die mit Hilfe von Iterationsverfahren gelöst werden	52
5. Vergleich der erhaltenen Ergebnisse	54
§ 8. Der Begriff der Stabilität eines Lösungsverfahrens für Differenzgleichungen	54
Kapitel III. Einige Stabilitätskriterien	
§ 9. Einfache Stabilitätskriterien	57
1. Das Maximumprinzip	57
2. Der Index eines Differenzschemas	57
3. Stabilitätsbetrachtungen durch Untersuchung des Verhaltens des Einheitsfehlers	59
§ 10. Stärkere Stabilitätskriterien	61
1. Einleitende Bemerkungen zur Methode der Trennung der Veränderlichen .	61
2. Untersuchung der Stabilität von Gleichungen mit veränderlichen Koeffizienten	64
3. Das Anwachsen einer Lösung beim Übergang von einer Schicht zu der folgenden	66
4. Eine Bemerkung zur Wahl der Normen	69
5. Andere Methoden zur Untersuchung der Stabilität	69
§ 11. Der Einfluß der Randbedingungen und anderer Faktoren auf die Stabilität . .	70
1. Der Einfluß der Art des Übergangs von den Randbedingungen der Differentialgleichung zu den Randbedingungen der Differenzgleichung	70
2. Der Einfluß der Ableitungen niederer Ordnung	71
Kapitel IV. Untersuchung der Stabilität von Differenzgleichungen bezüglich der Anfangsbedingungen mit Hilfe der Methode der Trennung der Veränderlichen	
§ 12. Aufgabenstellung	73
1. Vorbereitende Beschreibung der Klasse der zu betrachtenden Gleichungen .	73
2. Die Form der Anfangsbedingungen	74
3. Einführung von Normen	76
4. Genaue Beschreibung der Klasse der betrachtenden Gleichungen	77
§ 13. Reduktion der Stabilitätsuntersuchung für eine „partielle“ Differenzgleichung auf die Untersuchung der Eigenschaften einer „gewöhnlichen“ Differenzgleichung	78
1. Ein Kriterium für die Lösbarkeit einer „partiellen“ Differenzgleichung	79

2. Ein Kriterium für die Stabilität bezüglich der Anfangsbedingungen	80
3. Ein Kriterium für die Stabilität bezüglich der rechten Seite	82
§ 14. Algebraische Stabilitäten	84
1. Eine notwendige Stabilitätsbedingung	84
2. Ein hinreichendes Stabilitätskriterium	85
§ 15. Konstruktion von Differenzgleichungen, die bezüglich der Anfangsbedingungen stabil sind und bestimmte Differentialgleichungen approximieren	92
1. Approximation einer parabolischen Gleichung	93
2. Approximation einer hyperbolischen Gleichung	95
3. Approximation der SOBOLEWSCHEN Gleichung	97
Kapitel V. Systeme von Differenzgleichungen, die bezüglich der Anfangsbedingungen stabil sind	
§ 16. Aufgabenstellung	100
§ 17. Zurückführung der Untersuchung eines Systems partieller Differenzgleichungen auf die Untersuchung eines Systems gewöhnlicher Differenzgleichungen . .	102
1. Zwei Hilfssätze	102
2. Eine hinreichende Bedingung für die Stabilität eines Systems von Differenzgleichungen bezüglich der Anfangsbedingungen	103
§ 18. Hyperbolische Systeme	106
1. Definition eines hyperbolischen Systems	106
2. Eine hinreichende Stabilitätsbedingung. Konstruktion stabiler Differenzgleichungssysteme	107
§ 19. Parabolische Systeme	116
1. Definition eines parabolischen Systems	116
2. Eine hinreichende Bedingung für die Stabilität. Konstruktion stabiler Differenzgleichungssysteme	117
Anhang	123
Literaturverzeichnis	131

