目　　次

I章　帰納　INDUCTION

1. 経験と信念 Experience and belief. …… 1
2. 暗示的接触 Suggestive contacts. …… 2
3. 支持的接触 Supporting contacts. …… 4
4. 帰納的態度 The inductive attitude. …… 6

I章の例題および説明 …… 7

12. イエスとノー　Yes and No.　13. 経験と態度　Experience and behavior.　14. 論理学者，数学者，物理学者，技術者 The logician, the mathematician, the physicist, and the engineer.

II章　一般化，特殊化，類比　GENERALIZATION, SPECIALIZATION, ANALOGY

1. 一般化，特殊化，類比，と帰納 Generalization, specialization, analogy, and induction. …… 12
2. 一般化 Generalization. …… 12
3. 特殊化 Specialization. …… 13
4. 類比 Analogy. …… 13
5. 一般化，特殊化，および類比 Generalization, specialization, and analogy. …… 16
6. 類比による発見 Discovery by analogy. …… 18
7. 類比と帰納 Analogy and induction. …… 22

II章の例題および説明 …… 24

1. 正しい一般化　The right generalization.　5. 極端に特別な場合 An extreme special case.　7. 有力な特別な場合　A leading special

case.　10．代表的な特別な場合　A representative special case.
11．類比な場合　An analogous case.　18．大きな類比　Great analogies.　19．明白にされた類比　Clarified analogies.　20．引用文 Quotations.　21．推測 E　The conjecture E.　44．一つの異議および証明への第一の接近　An objection and a first approach to a proof.　45．証明への第二の接近　A second approach to a proof.
46．類比の危険性　Dangers of analogy.

Ⅲ章　立体幾何学における帰納 Induction in Solid Geometry

1．多面体 Polyhedra. ……38
2．最初の支持的接触 First supporting contacts. ……41
3．新たな支持的接触 More supporting contacts. ……42
4．一つの厳格な検定 A severe test. ……43
5．確証また確証 Verifications and verifications. ……44
6．非常に異なった事例 A very different case. ……45
7．類比 Analogy. ……46
8．空間の分割 The partition of space. ……48
9．問題を変更する Modifying the problem. ……48
10．一般化，特殊化，類比 Generalization, specialization, analogy. ……49
11．一つの類比な問題 An analogous problem. ……49
12．類比な問題の整列 An array of analogous problems. ……51
13．多くの問題はただ一つの問題よりやさしいことがある Many problems may be easier than just one. ……52
14．一つの推測 A conjecture. ……52
15．予言と確証 Prediction and verification. ……53
16．もう一度そして一層うまく　Again and better. ……54
17．帰納は演繹を暗示する；特殊な場合は一般的証明を暗示する Induction suggests deduction, the particular case suggests the general proof. ……55
18．新たないろいろな推測 More conjectures. ……56

Ⅲ章の例題および説明……57

21．帰納：心の順応，言語の順応　Induction : adaptation of the mind, adaptation of the language.　31．多面体に関するデカルトの仕事 Descartes' work on polyhedra.　36．補立体角，補球面多角形 Supplementary solid angles, supplementary spherical polygons.

Ⅳ章　数論における帰納 Induction in the Theory of Numbers

1．辺が整数なる直角三角形 Right triangles in integers. ……65
2．平方の和 Sums of squares. ……68
3．四つの奇数の平方の和について On the sum of four odd squares.……69
4．1例を調べる Examining an example. ……70
5．観察を表にする Tabulating the observations. ……71
6．規則は何か？ What is the rule？ ……72
7．帰納的発見の特質について On the nature of inductive discovery. …75
8．帰納的証拠の特質について On the nature of inductive evidence.……75

Ⅳ章の例題および説明……78

1．記号　Notation.　26．帰納の危険性　Dangers of induction.

Ⅴ章　帰納のいろいろな例 Miscellaneous Examples of Induction

1．展開式 Expansions. ……85
2．近似 Approximations. ……87
3．極限 Limits. ……89
4．定理を反証しようとして Trying to disprove it. ……90
5．定理を証明しようとして Trying to prove it. ……91
6．帰納的段階の役割 The role of the inductive phase. ……94

Ⅴ章の例題および説明……95

15．観察された規則性を説明せよ　Explain the observed regularities.
16．観測された事実を分類せよ　Classify the observed facts.　18．相違は何か？　What is the difference？

Ⅵ章　より一般な命題 A More General Statement

1. オイラー Euler. …… 101
2. オイラーの論文：数の除数の和に関するもっとも異常な法則の発見 Euler's memoir : Discovery of a Most Extraordinary Law of the Numbers concerning the Sum of their Divisors. …… 102
3. より一般な観点への移行 Transition to a more general viewpoint.… 111
4. オイラーの論文の形式的概観 Schematic outline of Euler's memoir.…112
Ⅵ章の例題および説明…… 113

1. 母函数 Generating functions.　7. 平面幾何学における組合わせの問題 A combinatorial problem in plane geometry.　10. 平方の和 Sums of squares.　19. 別な漸化公式 Another recursion formula.　20. 数の除数の和に関する別のもっとも異常な法則 Another Most Extraordinary Law of the Numbers concerning the Sum of their Divisors.　24. どうしてオイラーは発見を見逃したか How Euler missed a discovery.　25. $\sigma(n)$ についてのオイラーの定理の一般化 A generalization of Euler's theorem on $\sigma(n)$.

Ⅶ章　数学的帰納 Mathematical Induction

1. 帰納的様相 The inductive phase. …… 121
2. 証明的様相 The demonstrative phase. …… 123
3. 移行を検査する Examining transitions. …… 124
4. 数学的帰納の技法 The technique of mathematical induction.…… 125
Ⅶ章の例題および説明…… 130

12. より多く証明することの方が苦労が少ないことがある To prove more may be less trouble.　14. あなたの定理を釣合わしなさい Balance your theorem.　15. 展望 Outlook.　17. 任意の n 個の数は等しいか？ Are any n numbers equal?

Ⅷ章　最大と最小 Maxima and Minima

1. パターン Patterns. …… 135

2. 例 Example. …… 136
3. 接等高線のパターン The pattern of the tangent level line. …… 138
4. 諸例 Examples. …… 140
5. 部分的変化のパターン The pattern of partial variation. …… 143
6. 算術平均と幾何平均の定理およびその最初の諸結論 The theorem of the arithmetic and geometric means and its first consequences. …… 145
Ⅷ章の例題および説明 …… 147

1. 平面幾何学における最大最小距離 Maximum and Minimum distances in plane geometry. 2. 立体幾何学における最大最小距離 Maximum and Minimum distances in solid geomety. 3. 平面上の等高線 Level lines in a plane. 4. 空間内の等高面 Level surfaces in space. 11. 等高線横断の原理 The principle of the crossing level line. 22. 部分的変化の原理 The principle of partial variation. 23. 極値の存在 Existence of the extremum. 24. 部分的変化のパターンの修正：無限なプロセス A modification of the pattern of partial variation : An infinite process. 25. 部分的変化のパターンの別な修正：有限なプロセス Another modification of the pattern of partial variation : A finite process. 26. 図による比較 Graphic comparison. 33. 多角形と多面体．面積と周囲．体積と表面積 Polygons and polyhedra. Area and perimeter. Volume and surface. 34. 正方形の底を持つ直角柱 Right prism with square base. 35. 直筒 Right cylinder. 36. 一般な直角柱 General right prism. 37. 正方形の底を持つ直二重角錐 Right double pyramid with square base. 38. 直二重錐 Right double cone. 39. 一般な直二重角錐 General right double pyramid. 43. 代数学へ幾何学を応用する Applying geometry to algebra. 45. 幾何学へ代数学を応用する Applying algebra to geometry. 51. 正方形底を持つ直角錐 Right pyramid with square base. 52. 直錐 Right cone. 53. 一般な直角錐 General right pyramid. 55. ふたを取去った箱 The box with the lid off. 56. 樋 The trough. 57. 破片 A fragment. 62. 郵便局の問題 A post office problem. 63. ケプラーの問題 A problem of Kepler.

Ⅸ章　物理的数学 Physical Mathematics

1. 光学的解釈 Optical interpretation. …… 158
2. 力学的解釈 Mechanical interpretation. …… 163
3. 再解釈 Reinterpretation. …… 165
4. ジャン・ベルヌイの最短時間曲線の発見 Jean Bernoulli's discovery of the brachistochrone. …… 168
5. アルキメデスの積分学の発見 Archimedes' discovery of the integral calculus. …… 172
Ⅸ章の例題および説明 …… 176

3. 与えられた三角形に内接する最小周囲の三角形 Triangle with minimum perimeter inscribed in a given triangle. 9. 空間における4点の交通中心 Traffic center of four points in space. 10. 平面上の4点の交通中心 Traffic center of four points in a plane. 11. 4点に対する交通網目 Traffic network for four points. 12. 開いて真直ぐにする Unfold and straighten. 13. 玉突 Billiards. 14. 地理学的探検 Geophysical exploration. 23. 多面体の表面上の最短線 Shortest lines on a polyhedral surface. 24. 曲面上の最短線（測地線） Shortest lines (geodesics) on a curved surface. 26. 紙の折曲げによる作図 A construction by paper-folding. 27. さいは投げられた The die is cast. 28. 大洪水 The Deluge. 29. そんなに深くない井戸 Not so deep as a well. 30. 有用な極端な場合 A useful extreme case. 32. 変分法 The calculus of Variations. 33. 断面の釣合から立体の釣合へ From the equilibrium of cross-sections to the equilibrium of the solids. 38. アルキメデスの方法を回顧して Archimedes' Method in retrospect.

Ⅹ章　等周問題 The Isoperimetric Problem

1. デカルトの帰納的論拠 Descartes' inductive reasons. …… 186
2. 潜在的論拠 Latent reasons. …… 187
3. 物理的論拠 Physical reasons. …… 188
4. レイレイ卿の帰納的論拠 Lord Rayleigh's inductive reasons. …… 189

5. 諸結果を導く Deriving consequences.…… 190
6. 諸結果を確かめる Verifying consequences. …… 193
7. 非常に近い Very close. …… 197
8. 等周定理の三つの形 Three forms of the Isoperimetric Theorem. … 198
9. いろいろな応用と質問 Applications and questions. …… 199
X章の例題および説明…… 201

1. 後を振返える Looking back. 2. あなたは結果のある部分を異なったやり方で導けないかな？ Could you derive some part of the result differently？ 3. もっと詳細に再説せよ Restate with more detail. 7. あなたは方法をある他の問題に利用できるかな？ Can you use the method for some other problem？ 8. 等周定理のもっと鋭い形 Sharper form of the Isoperimetric Theorem. 16. 棒と糸 The stick and the string. 21. 2本の棒と2本の糸 Two sticks and two strings. 25. 立体幾何におけるダイドウの問題 Dido's problem in solid geometry. 27. 平面領域の二等分線 Bisectors of a plane region. 34. 閉曲面の二等分線 Bisectors of a closed surface. 40. 多数の完全さを持つ図形 A figure of many perfections. 41. 一つの類比な場合 An analogous case. 42. 正立体 The regular solids. 43. 帰納的論拠 Inductive reasons.

XI章 他の種類の蓋然的推論 Further Kinds of Plausible Reasons

1. 推測また推測 Conjectures and conjectures.…… 210
2. 関連した問題によって判断する Judging by a related case. …… 210
3. 一般な場合によって判断する Judging by the general case. …… 213
4. 比較的簡単な推測を好む Preferring the simpler conjecture. …… 215
5. 背景 Background. …… 217
6. 汲めども尽きず Inexhaustible. …… 219
7. 通例の発見的仮定 Usual heuristic assumptions.…… 221
XI章の例題および説明…… 223

16. 一般な場合 The general case. 19. どんなアイディアも実際は悪くはない No idea is really bad. 20. 若干の通例の発見的仮定 Some usual heuristic assumptions. 21. 報いられた楽天主義 Opti-

mism rewarded. 23. 数値計算と技術者 Numerical computation and the engineer.

終りの注意 …… 232

例題の解答 …… 233

文　　献 …… 307

訳者あとがき